



International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur et moyen

Spécimens des épreuves 1, 2 et 3

Premiers examens en 2021

TABLE DES MATIÈRES

**Mathématiques : applications et interprétation niveau supérieur
épreuve 1 spécimen d'épreuve**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau supérieur
épreuve 1 barème de notation**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau supérieur
épreuve 2 spécimen d'épreuve**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau supérieur
épreuve 2 barème de notation**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau supérieur
épreuve 3 spécimen d'épreuve**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau supérieur
épreuve 3 barème de notation**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau moyen
épreuve 1 spécimen d'épreuve**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau moyen
épreuve 1 barème de notation**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau moyen
épreuve 2 spécimen d'épreuve**

**Mathématiques : applications et interprétation niveau moyen
épreuve 2 barème de notation**

**Mathématiques : applications et interprétation**
Niveau supérieur
Épreuve 1

Spécimen d'épreuve

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[110 points]**.



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne
seront pas corrigées.



Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 6]

À la fin d'une journée d'école, le directeur a mené un sondage demandant aux élèves le nombre de classes où ils avaient utilisé l'Internet.

Les données sont montrées dans le tableau suivant.

Nombre de classes où les élèves ont utilisé l'Internet	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'élèves	20	24	30	k	10	3	1

(a) Indiquez si les données sont discrètes ou continues. [1]

Le nombre moyen de classes où les élèves ont utilisé l'Internet est 2.

(b) Trouvez la valeur de k . [4]

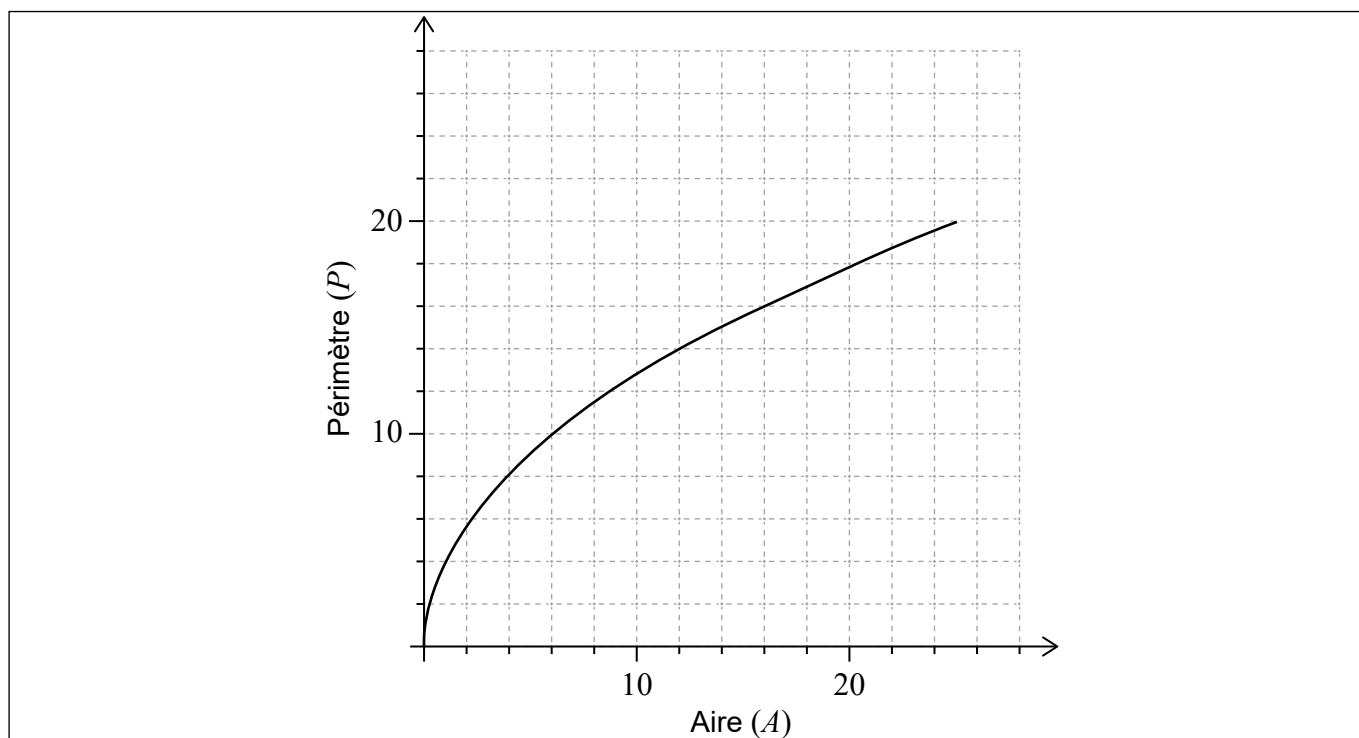
Puisqu'il n'était pas possible de demander à chaque personne de l'établissement scolaire, le directeur a donc classé les noms des élèves par ordre alphabétique, puis a demandé à chaque 10^e personne de la liste.

(c) Identifiez la technique d'échantillonnage utilisée dans le sondage. [1]



2. [Note maximale : 5]

Le périmètre d'un carré P peut être représenté par la fonction $P(A) = 4\sqrt{A}$, $A \geq 0$, où A est l'aire du carré. La représentation graphique de la fonction P est montrée pour $0 \leq A \leq 25$.



- (a) Écrivez la valeur de $P(25)$. [1]
- (b) Sur le système d'axes ci-dessus, dessinez la représentation graphique de la fonction réciproque, P^{-1} . [3]
- (c) Dans le contexte de la question, expliquez le sens de $P^{-1}(8) = 4$. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 6]

Le professeur Vinculum a étudié les mouvements migratoires des oiseaux Bulbul à partir des zones humides naturelles vers un climat plus chaud.

Il a trouvé qu'au cours de la saison de migration leur population, P , pouvait être modélisée par $P = 1350 + 400(1,25)^{-t}$, $t \geq 0$, où t est le nombre de jours écoulés depuis le début de la saison de migration.

- (a) Trouvez la population d'oiseaux Bulbul,
- (i) au début de la saison de migration.
- (ii) dans les zones humides après 5 jours. [3]
- (b) Calculez le temps requis pour que la population soit en dessous de 1400. [2]
- (c) Selon ce modèle, trouvez la plus petite population possible d'oiseaux Bulbul pendant la saison de migration. [1]

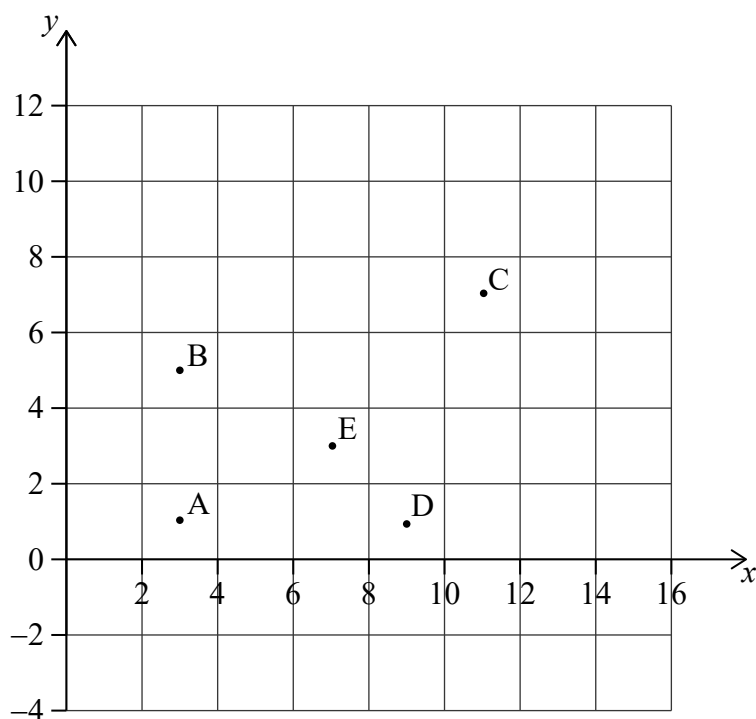
This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins or other markings on the paper.

4. [Note maximale : 6]

Les points A(3 ; 1), B(3 ; 5), C(11 ; 7), D(9 ; 1) et E(7 ; 3) représentent des abris à neige dans la forêt nationale de Blackburn. Ces abris à neige sont illustrés dans le système d'axes suivant.

Échelle horizontale : 1 unité représente 1 km.

Échelle verticale : 1 unité représente 1 km.



(a) Calculez la pente du segment de droite AE.

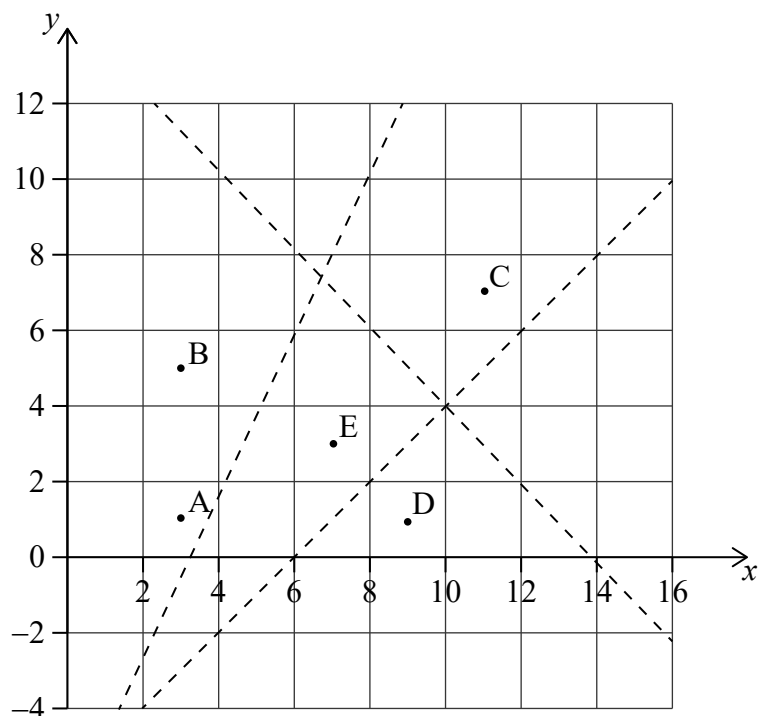
[2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 4)

Le garde forestier trace trois droites pour former un diagramme de Voronoï incomplet.



- (b) Trouvez l'équation de la droite qui pourrait compléter la cellule de Voronoï contenant le site E. Donnez votre réponse sous la forme $ax + by + d = 0$ où $a, b, d \in \mathbb{Z}$. [3]
- (c) Dans le contexte de la question, expliquez la signification de la cellule de Voronoï contenant le site E. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

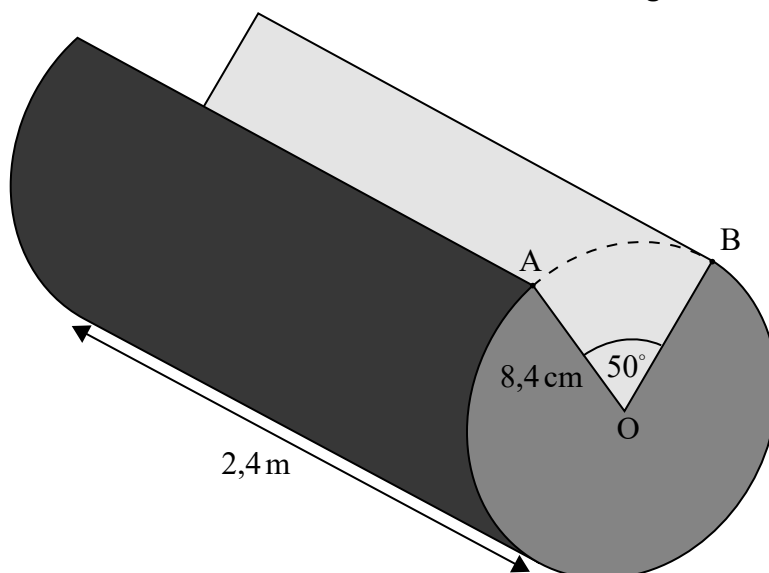
.....



5. [Note maximale : 5]

Hélène construit une cabane avec des rondins de bois cylindriques de longueur 2,4 m et de rayon 8,4 cm. Une portion est coupée à partir d'un rondin et la section transversale de ce rondin est illustrée dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



(a) Trouvez 50° en radians.

[1]

(b) Trouvez le volume de ce rondin.

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 6]

Jae Hee joue à un jeu avec un dé biaisé à six faces.

Les faces du dé sont identifiées par -3 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 et 5 .

Le score pour le jeu, X , est le nombre obtenu sur la face supérieure lorsque le dé est lancé.

Le tableau suivant montre la distribution de probabilité pour X .

Résultats x	-3	-1	0	1	2	5
$P(X=x)$	$\frac{1}{18}$	p	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{7}{18}$

(a) Trouvez la valeur exacte de p .

[1]

Jae Hee joue une fois au jeu.

(b) Calculez le score espéré.

[2]

Jae Hee joue deux fois au jeu et additionne les scores obtenus.

(c) Trouvez la probabilité que Jae Hee ait obtenu un score **total** de -3 .

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Note maximale : 5]

Une particule, A, se déplace de telle sorte que sa vitesse ($v \text{ ms}^{-1}$) au temps t est donnée par $v = 2 \sin t$, $t \geq 0$.

L'énergie cinétique (E) de la particule A est mesurée en joules (J) et elle est donnée par $E = 5v^2$.

(a) Écrivez une expression pour E comme une fonction du temps. [1]

(b) À partir de là, trouvez $\frac{dE}{dt}$. [2]

(c) À partir de là ou autrement, trouvez la première fois où l'énergie cinétique est en train de varier au taux de 5 J s^{-1} . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

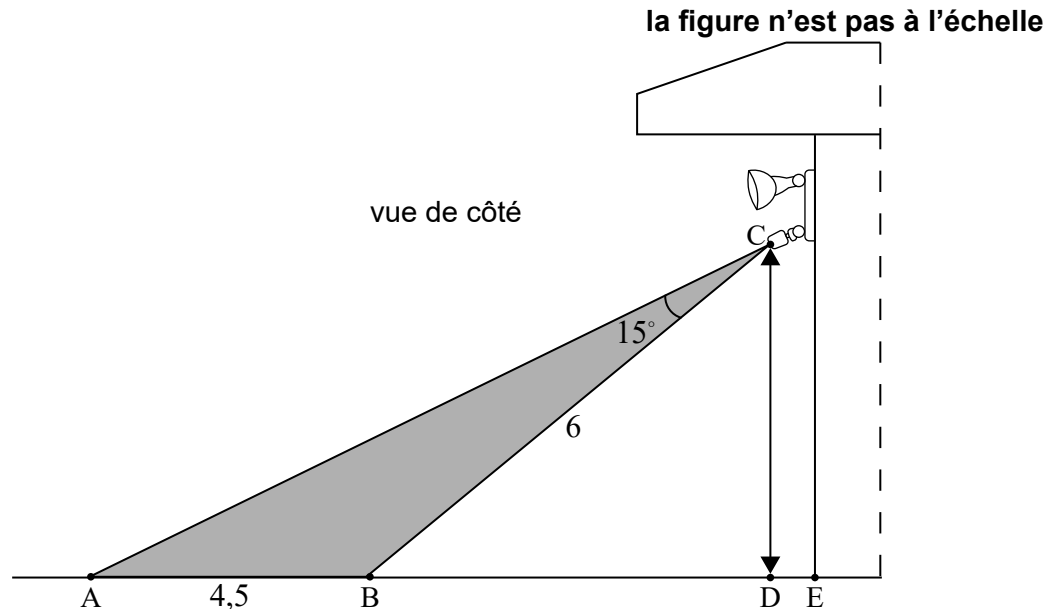
.....

.....



8. [Note maximale : 8]

Ollie a installé des lumières de sécurité sur le côté de sa maison qui sont activées par un capteur. Le capteur est situé au point C directement au-dessus du point D. L'aire couverte par le capteur est indiquée par la zone ombrée délimitée par le triangle ABC. La distance entre A et B est de 4,5 m et la distance entre B et C est de 6 m. L'angle ACB est 15° .



- (a) Trouvez $\widehat{CAB}$.

[3]

Le point B sur le sol est à 5 m du point E à l'entrée de la maison d'Ollie. Ollie mesure 1,8 m et se tient debout au point D, en dessous du capteur. Il marche vers le point B.

- (b) Trouvez à quelle distance Ollie se trouve **de l'entrée de sa maison** lorsqu'il active le capteur pour la première fois.

[5]

[illegible]

9. [Note maximale : 5]

Un directeur souhaite vérifier le poids moyen de farine contenue dans les sacs de son usine. Il choisit au hasard un échantillon de 10 sacs et trouve un poids moyen de 1,478 kg et un écart type de 0,0196 kg pour cet échantillon.

- (a) Trouvez s_{n-1} pour cet échantillon. [2]
- (b) Trouvez un intervalle de confiance pour la moyenne de la population au niveau de confiance de 95 %, en donnant votre réponse avec 4 chiffres significatifs. [2]
- (c) Les sacs sont identifiés comme ayant un poids de 1,5 kg. Commentez cette affirmation en vous référant à votre réponse de la partie (b). [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



10. [Note maximale : 6]

Dans un café, le temps requis pour servir un client peut être modélisé par une distribution normale avec une moyenne de 1,5 minutes et un écart type de 0,4 minute.

Deux clients entrent ensemble dans le café. Ils sont servis un à la fois.

Trouvez la probabilité que le temps total requis pour servir les deux clients soit inférieur à 4 minutes.

Indiquez clairement les suppositions que vous avez faites.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



11. [Note maximale : 6]

Une particule P se déplace avec une vitesse $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -15 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ dans un champ magnétique, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ d \\ 1 \end{pmatrix}$, $d \in \mathbb{R}$.

(a) Étant donné que $\mathbf{v}$ est perpendiculaire à $\mathbf{B}$, trouvez la valeur de d . [2]

La force, $\mathbf{F}$, produite par P en se déplaçant dans le champ magnétique est donnée par l'équation vectorielle $\mathbf{F} = a\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, $a \in \mathbb{R}^+$.

(b) Étant donné que $|F| = 14$, trouvez la valeur de a . [4]

[illegible]

12. [Note maximale : 7]

La recherche sur les produits mène une entreprise à penser que le revenu (R) généré par la vente de ses produits à un prix (p) peut être modélisé par l'équation

$$R(p) = cpe^{dp}, \quad c, d \in \mathbb{R}$$

Il y a deux modèles en compétition, A et B, ayant des valeurs différentes pour les paramètres c et d .

Les valeurs des paramètres pour le modèle A sont $c = 3$, $d = -0,5$ et celles pour le modèle B sont $c = 2,5$, $d = -0,6$.

L'entreprise expérimente en vendant les produits à trois prix différents dans trois régions similaires. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

Région	Prix (p)	Revenu (R)
1	1	1,5
2	2	1,8
3	3	1,5

L'entreprise choisira le modèle avec la plus petite valeur pour la somme des carrés des résidus.

Déterminez quel modèle sera choisi par la compagnie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. [Note maximale : 6]

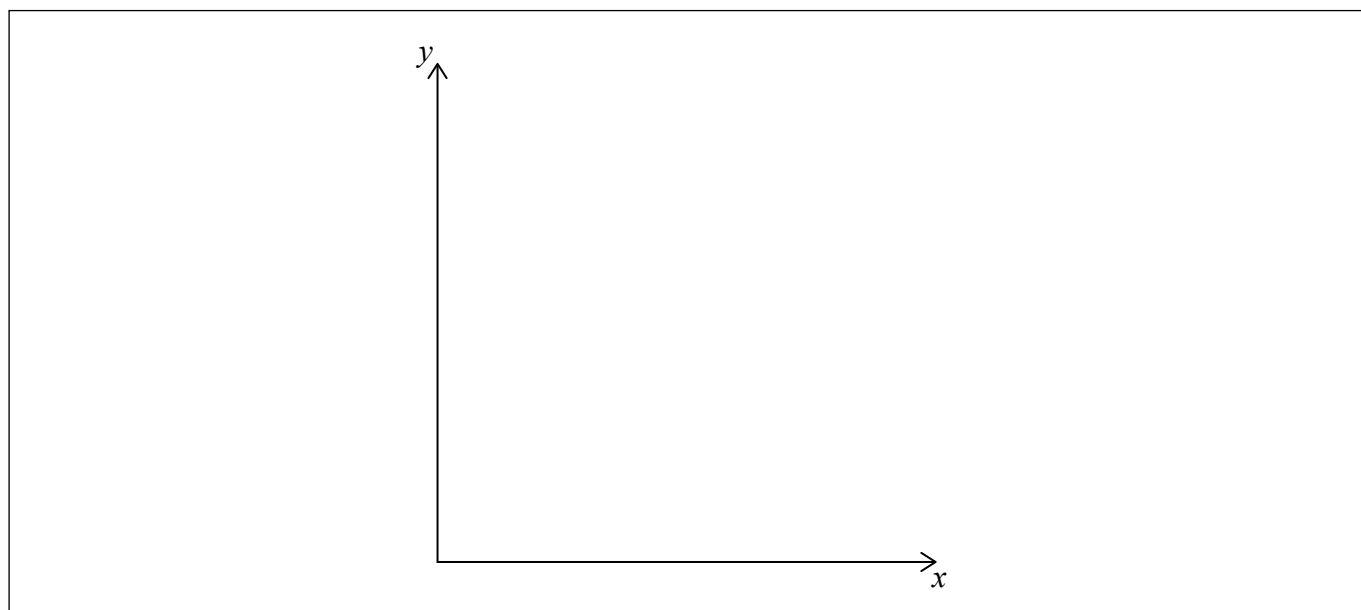
Les taux de variation de l'aire couverte par deux types de champignons, X et Y, sur un arbre en particulier, sont donnés par les équations suivantes, où x est l'aire couverte par X et y est l'aire couverte par Y.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} &= 2x - 2y\end{aligned}$$

Les valeurs propres de la matrice $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ sont 2 et -1 , et leurs vecteurs propres correspondants sont $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Initialement, $x = 8 \text{ cm}^2$ et $y = 10 \text{ cm}^2$.

- (a) Trouvez la valeur de $\frac{dy}{dx}$ lorsque $t = 0$. [2]
- (b) Sur le système d'axes suivant, esquissez une trajectoire possible pour la croissance des deux champignons, en montrant clairement tout comportement asymptotique. [4]



(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 13)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



24EP17

Tournez la page

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne
seront pas corrigées.



14. [Note maximale : 8]

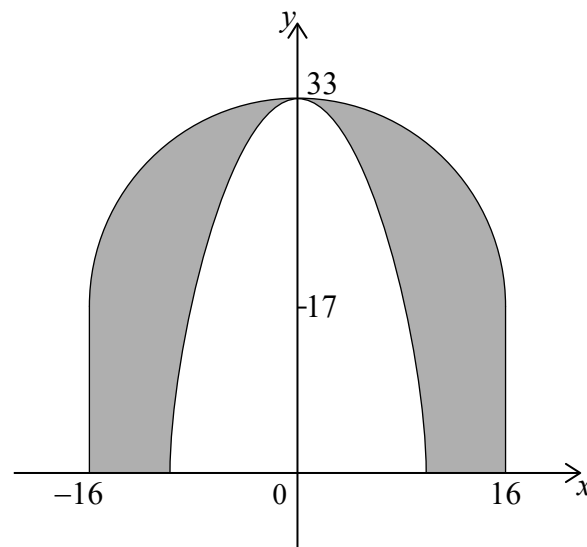
- (a) La représentation graphique de $y = -x^3$ est transformée dans la représentation graphique de $y = 33 - 0,08x^3$ par une translation verticale de a unités et une dilatation parallèle à l'axe des abscisses de facteur b .

(i) Écrivez la valeur de a .

(ii) Trouvez la valeur de b .

[3]

- (b) Le dôme extérieur d'une grande cathédrale a la forme d'un hémisphère dont le diamètre est de 32 m, soutenu par des murs verticaux dont la hauteur est de 17 m. Il est également soutenu par un dôme intérieur qui peut être modélisé par une rotation de 360° de la courbe $y = 33 - 0,08x^3$ autour de l'axe des ordonnées, entre $y = 0$ et $y = 33$, tel qu'indiqué dans le diagramme.



Trouvez le volume de l'espace entre les deux dômes.

[5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



15. [Note maximale : 7]

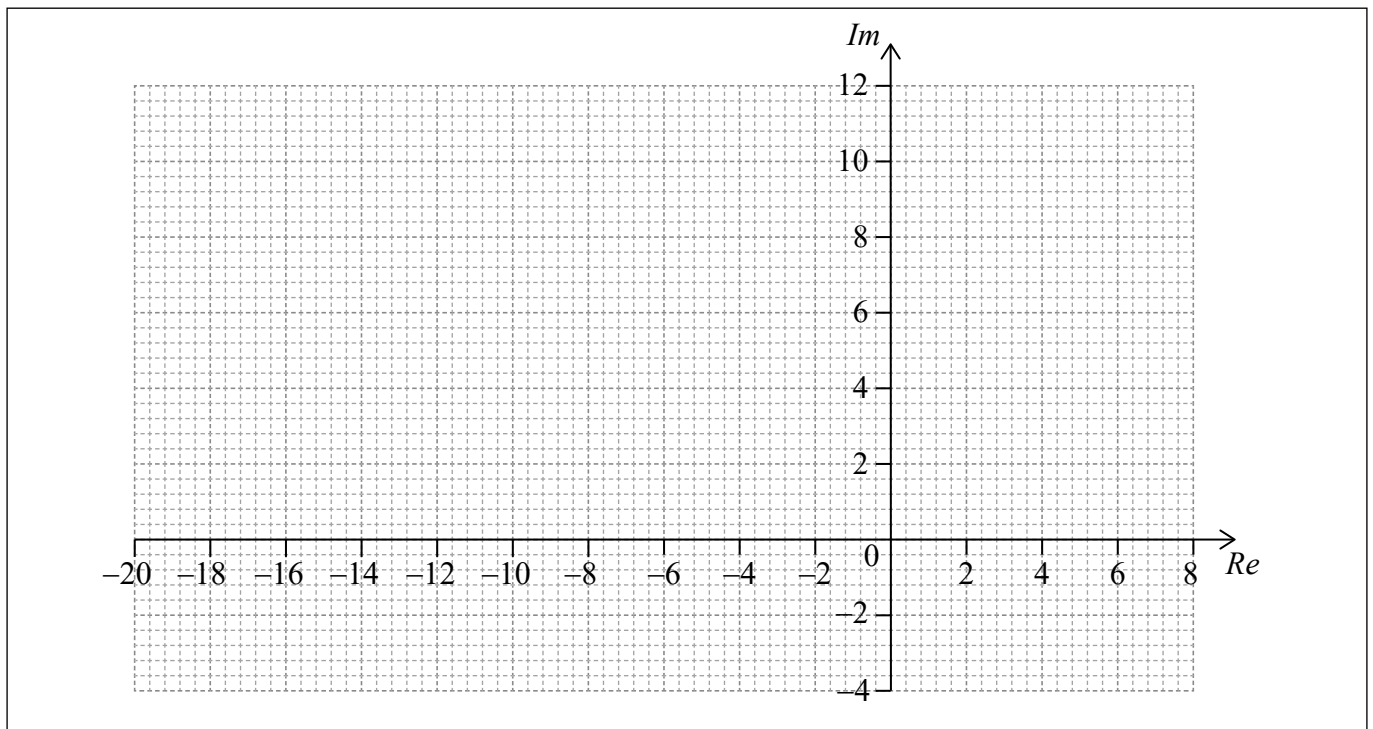
Soit $w = ae^{\frac{\pi}{4}i}$, où $a \in \mathbb{R}^+$.

(a) Pour $a = 2$,

(i) trouvez les valeurs de w^2 ; w^3 ; et w^4 ;

(ii) dessinez w ; w^2 ; w^3 et w^4 sur le diagramme d'Argand suivant.

[5]



Soit $z = \frac{w}{2-i}$.

(b) Trouvez la valeur de a pour laquelle des puissances successives de z se situent sur un cercle.

[2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 15)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



24EP21

Tournez la page

16. [Note maximale : 6]

Le nombre de poissons pouvant être pêchés en une heure dans un lac donné peut être modélisé par une distribution de Poisson.

La propriétaire du lac, Emily, déclare dans sa publicité que le nombre moyen de poissons pêchés en une heure est de trois.

Tom, un pêcheur passionné, n'est pas convaincu et pense plutôt que cette moyenne est inférieure à trois. Il décide de mettre en place le test suivant. Tom va pêcher pendant une heure et s'il pêche moins de deux poissons, il rejettera l'affirmation d'Emily.

(a) Indiquez une hypothèse nulle et une hypothèse alternative appropriées pour le test de Tom.

[1]

(b) Trouvez la probabilité d'une erreur de type I.

[2]

Le nombre moyen de poissons effectivement pêchés en une heure est de 2,5.

(c) Trouvez la probabilité d'une erreur de type II.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



17. [Note maximale : 6]

Monsieur Burke enseigne à un groupe de mathématiques de 15 élèves. Dans ce groupe, il y a 6 élèves de sexe féminin et 9 élèves de sexe masculin.

Chaque jour, M. Burke choisit aléatoirement un élève pour répondre à une question du devoir.

Au cours du premier mois, M. Burke enseignera à son groupe 20 fois.

- (a) Trouvez la probabilité qu'il choisisse un élève de sexe féminin 8 fois. [2]

La directrice pour l'année, M^{me} Smith, décide de choisir au hasard un élève de la cohorte pour lire les avis en assemblée. Il y a en tout 80 élèves dans la cohorte. M^{me} Smith calcule que la probabilité de choisir un élève de sexe masculin 8 fois dans les 20 premières assemblées est de 0,153357, avec une précision de 6 décimales.

- (b) Trouvez le nombre d'élèves de sexe masculin dans la cohorte. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



18. [Note maximale : 6]

La vitesse de réaction, A , d'une réaction chimique à une température fixe est liée à la concentration de deux composés, B et C , par l'équation

$$A = kB^xC^y, \text{ où } x, y, k \in \mathbb{R}.$$

Un scientifique mesure les trois variables à trois reprises au cours de la réaction et obtient les valeurs suivantes.

Expérience	$A \text{ (mol l}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{)}$	$B \text{ (mol l}^{-1}\text{)}$	$C \text{ (mol l}^{-1}\text{)}$
1	5,74	2,1	3,4
2	2,88	1,5	2,4
3	0,980	0,8	1,9

Trouvez x , y et k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Barème de notation

Spécimen d'épreuve

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 1

Instructions pour les examinateurs

Abréviations

- M** Points attribués pour avoir tenté d'utiliser une **méthode** correcte.
- A** Points attribués pour une **réponse** ou pour la **précision** ; souvent ils dépendent des points **M** qui précèdent.
- R** Points attribués pour un **raisonnement** clair.
- AG** La réponse est donnée dans la question et, par conséquent, aucun point n'est attribué.

Utilisation du barème

1 Généralités

Attribuez des points à l'aide des annotations tel qu'indiqué dans le barème de notation, par exemple **M1**, **A2**.

2 Points pour la méthode et la réponse/précision

- **N'attribuez pas** automatiquement la totalité des points pour une réponse correcte ; tout le travail **doit** être vérifié, et les points attribués selon le barème de notation.
- En règle générale, il n'est pas possible d'attribuer **M0** suivi de **A1**, étant donné que les points **A** dépendent des éventuels points **M** qui précèdent.
- Lorsque des points **M** et des points **A** sont marqués sur la même ligne, par exemple **M1A1**, cela signifie habituellement **M1** pour **tenter** d'utiliser une méthode appropriée (par exemple, substitution dans une formule) et **A1** pour l'utilisation des valeurs **correctes**.
- Si deux points **A** ou plus sont marqués sur la même ligne, ils peuvent être attribués de façon indépendante ; par exemple, si la première valeur est incorrecte, mais que les deux suivantes sont correctes, attribuez **A0A1A1**.
- Lorsque le barème de notation précise **M2**, **A3**, etc., **ne fractionnez pas** ces points (sauf indication contraire dans une remarque).
- Lorsque la réponse correcte à une question ou à une partie de question est vue, ignorez le travail qui suit. Cependant, si le raisonnement qui suit indique un manque de compréhension mathématique, n'attribuez pas le dernier **A1**. Les réponses numériques peuvent néanmoins être une exception, dans le cas où une valeur exacte correcte est suivie d'une valeur décimale incorrecte. Par contre, si la valeur décimale incorrecte est utilisée dans une partie ultérieure et que le raisonnement montré est correct, attribuez des points de suivi **FT**, mais n'attribuez pas le dernier **A1** dans cette partie.

Exemples

	Réponse correcte vue	Raisonnement additionnel vu	Action
1.	$8\sqrt{2}$	5,65685... (valeur décimale incorrecte)	Attribuer le dernier A1 (ignorer le raisonnement additionnel)
2.	$\frac{1}{4} \sin 4x$	$\sin x$	Ne pas attribuer le dernier A1
3.	$\log a - \log b$	$\log(a - b)$	Ne pas attribuer le dernier A1

3 Points implicites

*Les points implicites apparaissent entre **parenthèses**, par exemple (**M1**), et peuvent seulement être attribués si un raisonnement **correct** est vu ou si ce dernier est implicite dans le raisonnement subséquent.*

- Normalement, le raisonnement correct est vu ou implicite dans la prochaine ligne de la démarche.
- Des points **sans** parenthèses ne peuvent être attribués que pour un raisonnement qui est **vu**.

4 Points de suivi (attribués uniquement suite à une erreur du candidat)

*Les points de suivi (**FT**) sont accordés lorsqu'une réponse incorrecte d'une **partie** d'une question est correctement utilisée dans les parties **suivantes** ou sous-partie(s). En règle générale, pour accorder des points **FT**, il faut que les étapes du travail soient présentées et pas seulement la réponse finale, calculée à partir d'une réponse incorrecte d'une partie précédente. Cependant, si une sous-partie se voit attribuer des points uniquement pour la réponse (c'est-à-dire qu'aucun raisonnement n'est indiqué), alors des points **FT** doivent être attribués le cas échéant.*

- À l'intérieur d'une partie de question, une fois qu'une **erreur** est commise, aucun autre point **A** ne peut être attribué au travail faisant intervenir l'erreur, mais des points **M** peuvent être attribués le cas échéant.
- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur, accordez alors moins de points **FT** à votre discrétion.
- Si l'erreur conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, utilisation de $r > 1$ pour la somme d'une série géométrique infinie, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Le mot « leur » peut apparaître dans une description du barème de notation afin d'indiquer la possibilité que les candidats utilisent une valeur incorrecte.
- Les exceptions à cette règle seront notées explicitement dans le barème de notation.
- Si un candidat commet une erreur dans une partie, mais obtient une ou des réponses correctes dans la ou les parties suivantes, attribuez les points appropriés, sauf indication contraire dans la question. Une approche différente ne dépendant pas des réponses aux parties précédentes peut souvent être utilisée dans les parties suivantes.

5 Erreurs de lecture

*Si un candidat copie incorrectement les informations à propos d'une question, ceci est une erreur de lecture (**MR**). Appliquez une pénalité **MR** de 1 point pour cette question.*

- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur de lecture **MR**, accordez alors moins de points à votre discrétion.
- Si l'erreur de lecture **MR** conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Si un candidat copie incorrectement son propre travail, cela ne constitue **pas** une erreur de lecture, il s'agit d'une erreur.
- La pénalité **MR** ne peut être appliquée que lorsque le raisonnement est vu. Pour les questions avec la calculatrice, sans raisonnement et avec des réponses incorrectes, les examinateurs ne doivent **pas** présumer que les valeurs ont été mal lues.

6 Méthodes alternatives

Les candidats utiliseront quelquefois des méthodes autres que celles du barème de notation. À moins que la question impose une méthode, les autres méthodes correctes doivent être notées en cohérence avec le barème de notation.

- Des méthodes alternatives pour une question complète sont indiquées par **MÉTHODE 1**, **MÉTHODE 2**, etc.
- Des solutions alternatives pour une partie de question sont indiquées par **SOIT . . . OU**.

7 Formes alternatives

*Sauf si la question impose une forme particulière, **acceptez** les formes équivalentes.*

- Puisqu'il s'agit d'un examen international, acceptez toutes les formes alternatives de **notations**.
- Dans le barème de notation, les formes **numériques** et **algébriques** équivalentes seront généralement écrites entre parenthèses immédiatement après la réponse.
- Dans le barème de notation, les réponses **simplifiées** (que souvent les candidats n'écrivent pas dans les examens), apparaîtront généralement entre parenthèses. Les points doivent être attribués, soit pour la réponse précédant les parenthèses, soit pour la réponse entre parenthèses (si elle est visible).

8 Précision des réponses

Si le niveau de précision est spécifié dans la question, un point sera attribué si la réponse est fournie avec le niveau de précision requis. Il y a deux types d'erreurs de précision et le point pour la réponse finale ne doit pas être attribué si ces erreurs surviennent.

- **Erreurs d'arrondi** : concerne uniquement les réponses finales, pas les étapes intermédiaires.
- **Niveau de précision** : lorsque cela n'est pas spécifié dans la question, la règle générale s'applique aux réponses finales : *sauf en cas d'indication contraire contenue dans la question, les candidats doivent fournir des réponses numériques exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.*

9 Calculatrices

L'utilisation d'une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve, mais les calculatrices équipées fonctions de manipulation symbolique / fonctionnalité de l'applet CAS ne sont pas autorisées.

Notations propres aux calculatrices

Le guide des mathématiques précise que :

Les élèves doivent toujours utiliser des notations mathématiques correctes, et non les notations qui peuvent apparaître sur leur calculatrice.

N'acceptez **pas** les réponses finales écrites à l'aide de notations propres aux calculatrices. Cependant, ne pénalisez pas l'utilisation de notations propres aux calculatrices dans le raisonnement.

1. (a) discrètes

A1
[1 point]

(b) $\frac{24 + 60 + 3k + 40 + 15 + 6}{88 + k} = 2$

M1A1

Note: Attribuer **M1** pour la substitution dans la formule pour la moyenne, attribuer **A1** pour une équation correcte.

tentative pour résoudre l'équation

(M1)

$k = 31$

A1
[4 points]

- (c) systématique

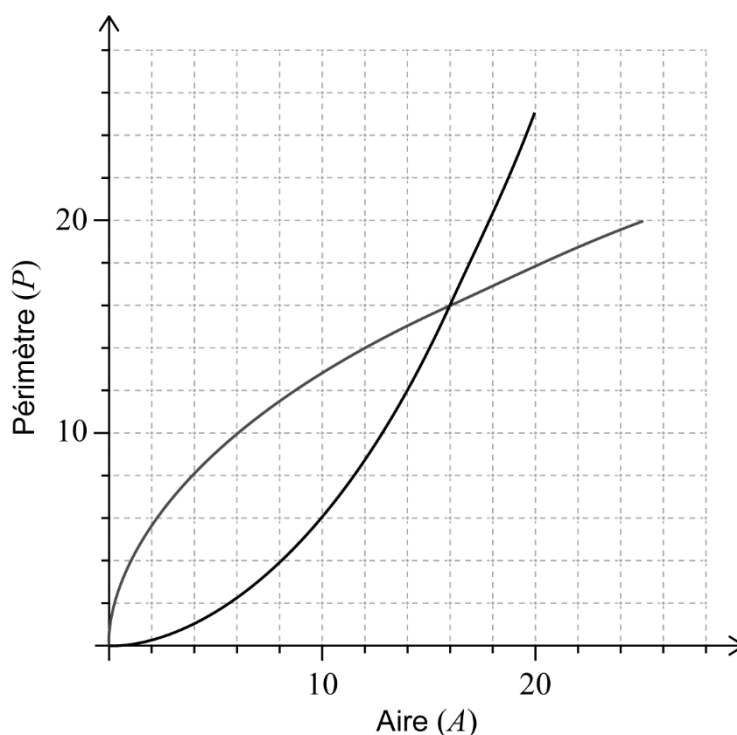
A1
[1 point]

Total [6 points]

2. (a) 20

A1
[1 point]

- (b)



(M1)A1A1

Note: Attribuer **(M1)** pour une réflexion par rapport à la droite $P = A$, attribuer **A1** pour une borne en (20 ; 25), attribuer **A1** pour une courbe passant par (16 ; 16).

[3 points]

- (c) lorsque le périmètre est égal à 8, l'aire est égale à 4

A1
[1 point]

Total [5 points]

3. (a) (i) 1750 A1

(ii) $1350 + 400 (1,25)^{-5}$ (M1)

= 1480 A1

Note: Accepter 1481.

[3 points]

(b) $1400 = 1350 + 400 (1,25)^{-t}$ (M1)

9,32 (jours (9,31885...) (jours)) A1
[2 points]

(c) 1350 A1

Note: Accepter 1351 comme une interprétation valide du modèle, puisque $P=1350$ est une asymptote.

[1 point]

Total [6 points]

4. (a) $\frac{3-1}{7-3}$ (M1)

= 0,5 A1
[2 points]

(b) $y - 2 = -2(x - 5)$ (A1)(M1)

Note: Attribuer (A1) pour leur -2 vu, attribuer (M1) pour une substitution correcte de (5 ; 2) et la pente de leur normale dans l'équation d'une droite.

$2x + y - 12 = 0$ A1
[3 points]

(c) tout point de la cellule est plus près de E que de tout autre abris à neige A1
[1 point]

Total [6 points]

5. (a) $\frac{50 \times \pi}{180} = 0,873 \text{ (0,872664...)}$

A1

[1 point]

(b) $\text{volume} = 240 \left(\pi \times 8,4^2 - \frac{1}{2} \times 8,4^2 \times 0,872664... \right)$

M1M1M1

Note: Attribuer **M1** $240 \times \text{aire}$, attribuer **M1** pour substituer correctement dans la formule pour l'aire d'un secteur, attribuer **M1** pour la soustraction des angles ou de leurs aires.

$= 45800 \text{ (= 45811,96071)}$

A1

[4 points]

Total [5 points]

6. (a) $\frac{4}{18} \left(\frac{2}{9} \right)$

A1

[1 point]

(b) $-3 \times \frac{1}{18} + (-1) \times \frac{4}{18} + 0 \times \frac{3}{18} + \dots + 5 \times \frac{7}{18}$

(M1)

Note: Attribuer **(M1)** pour leur substitution correcte dans la formule pour l'espérance mathématique.

$= 1,83 \left(\frac{33}{18}; 1,83333... \right)$

A1

[2 points]

(c) $2 \times \frac{1}{18} \times \frac{3}{18}$

(M1)(M1)

Note: Attribuer **(M1)** pour $\frac{1}{18} \times \frac{3}{18}$, attribuer **(M1)** pour la multiplication de leur produit par 2.

$= \frac{1}{54} \left(\frac{6}{324}; 0,0185185...; 1,85\% \right)$

A1

[3 points]

Total [6 points]

7. (a) $E = 5(2 \sin t)^2 (= 20 \sin^2 t)$ **A1**
[1 point]
- (b) $\frac{dE}{dt} = 40 \sin t \cos t$ **(M1)A1**
[2 points]
- (c) $t = 0,126$ **(M1)A1**
[2 points]
- Total [5 points]**

8. (a) $\frac{\sin \hat{CAB}}{6} = \frac{\sin 15^\circ}{4,5}$ **(M1)(A1)**

$\hat{CAB} = 20,2^\circ (20,187415\dots)$ **A1**

Note: Attribuer **(M1)** pour avoir substitué dans la loi de sinus et attribuer **(A1)** pour des substitutions correctes.

[3 points]

- (b) $\hat{CBD} = 20,2 + 15 = 35,2^\circ$ **A1**
(soit X le point sur BD où Ollie active le capteur)

$\tan 35,18741\dots^\circ = \frac{1.8}{BX}$ **(M1)**

Note: Attribuer **A1** pour leur angle $\hat{CBD}$ correct. Attribuer **M1** pour une substitution correcte dans la formule trigonométrique.

$BX = 2,55285\dots$ **A1**

$5 - 2,55285\dots$ **(M1)**

$= 2,45 \text{ (m)} (2,44714\dots)$ **A1**
[5 points]

Total [8 points]

9. (a) $s_{n-1} = \sqrt{\frac{10}{9}} \times 0,0196 = 0,02066\dots$

(M1)A1

[2 points]

(b) (1,463 ; 1,493)

(M1)A1

Note: Si le résultat utilisé pour s_n est (1,464 ; 1,492), attribué **M1A0**.

[2 points]

(c) 95 % du temps, ces résultats seraient produits par une population de moyenne inférieure à 1,5 kg, il est donc probable que le poids moyen soit inférieur à 1,5 kg

R1

[1 point]

Total [5 points]

10. soit T le temps requis pour servir les deux clients et T_i le temps requis pour servir le i^{e} client en supposant l'indépendance de T_1 et T_2

R1

T est normalement distribué et $T = T_1 + T_2$

(M1)

$E(T) = 1,5 + 1,5 = 3$

A1

$\text{Var}(T) = 0,4^2 + 0,4^2 = 0,32$

M1A1

$P(T < 4) = 0,961$

A1

Total [6 points]

11. (a) $15 \times 0 + 2d + 4 = 0$
 $d = -2$

(M1)

A1

[2 points]

(b) $a \begin{pmatrix} -15 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(M1)

$$= a \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 30 \end{pmatrix} \left(= 5a \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \right)$$

A1

la norme est $5a\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 14$

M1

$$a = \frac{14}{35} \quad (= 0,4)$$

A1

[4 points]

Total [6 points]

12. (Modèle A)

$$R = 3pe^{-0.5p}$$

M1

valeurs prédites

p	R
1	1,8196
2	2,2073
3	2,0082

(A1)

$$SS_{res} = (1,8196 - 1,5)^2 + (2,2073 - 1,8)^2 + (2,0082 - 1,5)^2$$

$$= 0,5263...$$

(M1)

A1

(Modèle B)

$$R = 2,5pe^{-0,6p}$$

valeurs prédites

p	R
1	1,372
2	1,506
3	1,2397

(A1)

$$SS_{res} = 0,170576...$$

A1

a choisi le modèle B

A1

Note: Des points pour la méthode peuvent être attribués, la cas échéant, pour le modèle A ou le modèle B.
Attribuer le dernier point **A1** s'il s'agit d'une déduction correcte à partir de leurs valeurs calculées pour A et B.

Total [7 points]

13. (a) $\frac{dy}{dx} = \frac{16-20}{24-20}$
 $= -1$

M1

A1

[2 points]

(b) asymptote de la trajectoire le long de $r = k \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

M1A1

Note: Attribuer **M1A0** si asymptote le long de $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

la trajectoire débute au point (8 ; 10) avec une pente négative

A1A1

[4 points]

Total [6 points]

14. (a) (i) $a = 33$

A1

(ii) $\frac{1}{\sqrt[3]{0,08}} = 2,32$

M1A1

[3 points]

(b) volume à l'intérieur du dôme extérieur

$$\frac{2}{3}\pi \times 16^3 + \pi \times 16^2 \times 17 = 22\,250,85$$

M1A1

volume à l'intérieur du dôme intérieur

$$\pi \int_0^{33} \left(\frac{33-y}{0,08} \right)^{\frac{2}{3}} dy = 3446,92$$

M1A1

volume entre les deux = $22\,250,85 - 3446,92 = 18\,803,93 \text{ m}^3$

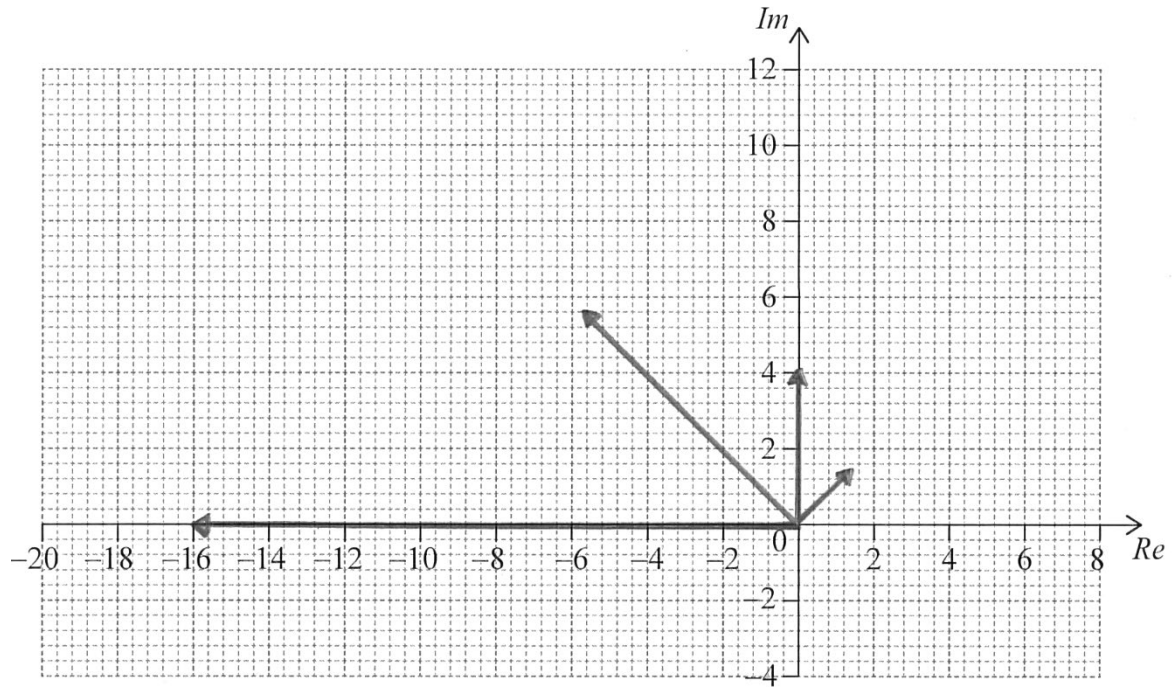
A1

[5 points]

Total [8 points]

15. (a) (i) $4e^{\frac{\pi i}{2}} ; 8e^{\frac{3\pi i}{4}} ; 16e^{\pi i} \quad (= 4i ; -4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i ; -16)$ **(M1)A1**

(ii)



A3

Note: Attribuer **A1** pour des arguments corrects, attribuer **A1** pour 4i et -16 clairement indiqués, attribuer **A1** pour $|w| < 4$ et $4 < |w^3| < 16$.

[5 points]

(b) $2^2 + 1^2 = a^2$

M1

$a = \sqrt{5} \quad (= 2,24)$

A1

[2 points]

Total [7 points]

16. (a) $H_0 : m = 3, H_1 : m < 3$

A1

Note: Accepter des énoncés équivalents en mots.

[1 point]

- (b) (soit X le nombre de poissons pêchés)

$$P(X \leq 1 | m = 3) = 0,199$$

M1A1

[2 points]

- (c) $P(X \geq 2 | m = 2,5) (= 1 - P(X \leq 1 | m = 2,5))$

M1A1

Note: Attribuer **M1** pour l'utilisation de $m = 2,5$ afin d'évaluer une probabilité, attribuer **A1** pour avoir aussi $X \geq 2$.

$$= 0,713$$

A1

[3 points]

Total [6 points]

17. (a) $P(X = 8)$

(M1)

Note: Attribuer **(M1)** pour une preuve d'avoir reconnu une probabilité binomiale.

$$\text{Par exemple, } P(X = 8), X \sim B\left(20; \frac{6}{15}\right).$$

$$= 0,180 \text{ (0,179705...)}$$

A1

[2 points]

- (b) soit x le nombre d'élèves de sexe masculin

reconnaître que la probabilité de choisir un élève de sexe masculin

est égale à $\frac{x}{80}$

(A1)

$$\left(\text{poser l'équation } {}^{20}C_8 \left(\frac{x}{80} \right)^8 \left(\frac{80-x}{80} \right)^{12} = \right) 0,153357$$

(M1)

nombre d'élèves de sexe masculin = 37

(M1)A1

Note: Attribuer **(M1)A0** pour 27.

[4 points]

Total [6 points]

18. $\log A = x \log B + y \log C + \log k$ **(M1)**

$$\log 5,74 = x \log 2,1 + y \log 3,4 + \log k$$

$$\log 2,88 = x \log 1,5 + y \log 2,4 + \log k$$

$$\log 0,980 = x \log 0,8 + y \log 1,9 + \log k$$

M1A1

Note: Accepter n'importe quelle base, accepter des équivalents numériques.

tentative de résoudre leur système d'équations **(M1)**

$$x = 1,53, y = 0,505$$

A1

$$k = 0,997$$

A1

Total [6 points]

Mathématiques : applications et interprétation
Niveau supérieur
Épreuve 2

Spécimen d'épreuve

2 heures

Instructions destinées aux candidats

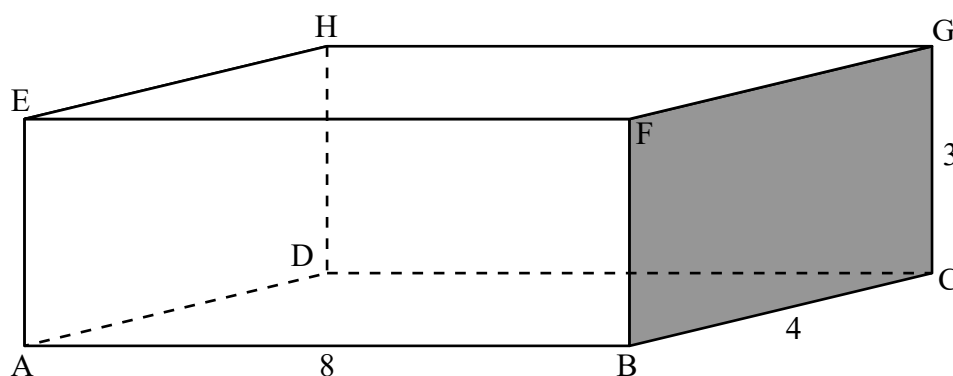
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[110 points]**.

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 15]

La compagnie *Happy Straw* fabrique des pailles.

Les pailles sont emballées dans des petites boîtes rectangulaires fermées, chacune ayant une longueur de 8 cm, une largeur de 4 cm et une hauteur de 3 cm. L'information est montrée dans ce diagramme.



(a) Calculez l'aire totale de la boîte en cm^2 . [2]

(b) Calculez la longueur AG. [2]

Chaque semaine, la compagnie *Happy Straw* vend x boîtes de pailles. On sait que $\frac{dP}{dx} = -2x + 220$, $x \geq 0$, où P est le profit hebdomadaire, en dollars, issu de la vente de x milliers de boîtes.

(c) Trouvez le nombre de boîtes qui devraient être vendues chaque semaine pour maximiser le profit. [3]

Le profit issu de la vente de 20 000 boîtes est de 1700 \$.

(d) Trouvez $P(x)$. [5]

(e) Trouvez le nombre minimal de boîtes qui doivent être vendues chaque semaine afin de faire un profit. [3]

2. [Note maximale : 12]

La compagnie *Slugworth Candy* vend des paquets de bonbons ayant des couleurs et des formes différentes.

Les bonbons sont produits de telle sorte que 80 % sont en forme d'étoile et 20 % sont en forme de croissant de lune. On sait que 10 % des étoiles et 30 % des croissants de lune sont de couleur jaune.

(a) Un bonbon est choisi au hasard.

(i) Trouvez la probabilité que le bonbon soit jaune.

(ii) Étant donné que le bonbon est jaune, trouvez la probabilité qu'il soit en forme d'étoile.

[4]

Selon les spécifications du fabricant, les couleurs dans chaque paquet devraient être distribuées de la façon suivante.

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Pourcentage (%)	15	25	20	20	10	10

M. Slugworth ouvre un paquet de 80 bonbons et enregistre la fréquence de chaque couleur.

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Effectifs observés	10	20	16	18	12	4

Afin de déterminer si l'échantillon est conforme aux spécifications du fabricant, M. Slugworth effectue un test d'ajustement du χ^2 . Le test est effectué à un niveau de signification de 5 %.

(b) Écrivez l'hypothèse nulle pour ce test.

[1]

(c) **Copiez** et complétez le tableau suivant dans votre livret de réponses.

[2]

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Effectifs théoriques						

(d) Écrivez le nombre de degrés de liberté.

[1]

(e) Trouvez la valeur p pour le test.

[2]

(f) Indiquez la conclusion du test. Donnez une raison pour votre réponse.

[2]

3. [Note maximale : 18]

Dans cette question, donnez toutes les réponses à une précision de deux décimales.

Bryan décide d'acheter une nouvelle voiture dont le prix est de 14 000 €, mais il ne peut pas se permettre le montant total. Le concessionnaire automobile offre deux options pour financer un prêt.

Option de financement A :

Un prêt de 6 ans à un taux d'intérêt nominal annuel de 14 %, **composé trimestriellement**. Aucun dépôt requis et les remboursements sont effectués chaque trimestre.

- (a) (i) Trouvez le remboursement effectué chaque trimestre.
- (ii) Trouvez le montant total payé pour la voiture.
- (iii) Trouvez les intérêts payés sur le prêt. [7]

Option de financement B :

Un prêt de 6 ans à un taux d'intérêt nominal annuel de r %, **composé mensuellement**. Les termes du prêt exigent un dépôt de 10 % et des remboursements mensuels de 250 €.

- (b) (i) Trouvez le montant à emprunter pour cette option.
- (ii) Trouvez le taux d'intérêt annuel, r . [5]
- (c) Indiquez quelle option Bryan devrait choisir. Justifiez votre réponse. [2]

Bryan choisit l'option B. Le concessionnaire automobile investit l'argent que Bryan lui verse dès qu'il le reçoit.

- (d) S'il l'investit dans un compte qui rapporte 0,4 % d'intérêt par mois et que l'inflation est de 0,1 % par mois, calculez le montant réel que le concessionnaire automobile aura reçu à la fin de la période de 6 ans. [4]

4. [Note maximale : 14]

La position d'un avion est donnée par les coordonnées $(x ; y ; z)$, où x et y correspondent respectivement le déplacement d'un avion à l'est et au nord d'un aéroport, et z est l'altitude de l'avion par rapport au sol. Tous les déplacements sont donnés en kilomètres.

La vitesse de l'avion est donnée par $\begin{pmatrix} -150 \\ -50 \\ -20 \end{pmatrix} \text{ km h}^{-1}$.

À 13 h 00, l'avion est détecté à 30 km à l'est et à 10 km au nord de l'aéroport, et à une altitude de 5 km. Soit t le temps écoulé en heures à partir de 13 h 00.

(a) Écrivez une équation vectorielle pour le déplacement $\mathbf{r}$ de l'avion en fonction de t . [2]

(b) Si l'avion continue à voler à la vitesse donnée

(i) vérifiez qu'il passera directement au-dessus de l'aéroport ;

(ii) indiquez l'altitude de l'avion en ce point ;

(iii) trouvez l'heure à laquelle l'avion volera directement au-dessus de l'aéroport. [4]

Lorsque l'avion se trouve à une altitude de 4 km au-dessus du sol, il continue à voler dans la même direction, mais ajuste l'angle de sa descente afin d'atterrir au point $(0 ; 0 ; 0)$.

(c) (i) Trouvez l'heure à laquelle l'avion se trouve à 4 km au-dessus du sol.

(ii) Trouvez la distance directe entre l'avion et l'aéroport en ce point. [5]

(d) Étant donné que la vitesse de l'avion, après l'ajustement de l'angle de descente,

est $\begin{pmatrix} -150 \\ -50 \\ a \end{pmatrix} \text{ km h}^{-1}$, trouvez la valeur de a . [3]

5. [Note maximale : 17]

Le tableau suivant montre le coût, en dollars américains (USD), de vols directs entre six villes. Les cellules vides indiquent qu'il n'y a pas de vol direct. Les lignes représentent les villes de départ. Les colonnes représentent les villes d'arrivée.

		Ville d'arrivée					
		A	B	C	D	E	F
Ville de départ	A		90	150			
	B	90		80	70	140	
	C	150	80				
	D		70			100	180
	E		140		100		210
	F				180	210	

- (a) Montrez les vols directs entre les villes sous forme de graphe. [2]
- (b) Écrivez la matrice d'adjacence pour ce graphe. [2]
- (c) En utilisant votre réponse de la partie (b), trouvez le nombre de façons différentes de faire un aller-retour à partir de la ville A en exactement 6 vols. [2]
- (d) Indiquez s'il est possible ou non de faire un aller-retour à partir de la ville A en exactement 6 vols, en ayant visité chacune des 5 autres villes exactement une fois. Justifiez votre réponse. [2]

Le tableau suivant montre le coût le plus bas pour voyager entre les villes.

		Ville d'arrivée					
		A	B	C	D	E	F
Ville de départ	A	0	90	150	160	a	b
	B	90	0	80	70	140	250
	C	150	80	0	150	220	330
	D	160	70	150	0	100	180
	E	a	140	220	100	0	210
	F	b	250	330	180	210	0

- (e) Trouvez les valeurs de a et de b . [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 5)

Un voyageur de commerce doit visiter chacune des villes, en commençant et en finissant son voyage par la ville A.

- (f) Utilisez l'algorithme du plus proche voisin pour trouver une borne supérieure pour le coût du voyage. [3]
- (g) En effaçant le sommet A, utilisez l'algorithme du sommet effacé pour trouver une borne inférieure pour le coût du voyage. [4]

6. [Note maximale : 14]

Une ville a deux compagnies de câblodistribution, X et Y. Chaque année, 20 % des clients de la compagnie X passent à la compagnie Y et 10 % des clients de la compagnie Y passent à la compagnie X. Tout autres pertes ou gains de clients par les deux compagnies peuvent être ignorées.

- (a) Écrivez une matrice de transition T qui représente les mouvements entre les deux compagnies lors d'une année en particulier. [2]
- (b) Trouvez les valeurs propres et les vecteurs propres correspondants de T . [4]
- (c) À partir de là, écrivez les matrices P et D telles que $T = PDP^{-1}$. [2]

Au départ, la compagnie X et la compagnie Y ont toutes deux 1200 clients.

- (d) Trouvez une expression pour le nombre de clients de la compagnie X après n années, où $n \in \mathbb{N}$. [5]
- (e) À partir de là, écrivez le nombre de clients que la compagnie X peut espérer avoir à long terme. [1]

7. [Note maximale : 20]

Un objet est placé au sommet d'un long tube vertical, rempli d'un fluide visqueux épais, au temps $t = 0$.

Initialement, on pensait que la résistance du fluide serait proportionnelle à la vitesse de l'objet. Le modèle suivant a été proposé, où le déplacement de l'objet, x , à partir du sommet du tube, mesuré en mètres, est donné par l'équation différentielle

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 9,81 - 0,9 \left(\frac{dx}{dt} \right).$$

- (a) En substituant $v = \frac{dx}{dt}$ dans l'équation, trouvez une expression pour la vitesse de l'objet au temps t . Donnez votre réponse sous la forme $v = f(t)$. [7]

La vitesse maximale de laquelle s'approche l'objet lorsqu'il tombe est appelée vitesse terminale.

- (b) À partir de votre solution de la partie (a), ou autrement, trouvez la vitesse terminale de l'objet prédite par ce modèle. [2]

On réalise une expérience dans laquelle l'objet est placé dans le fluide à plusieurs reprises et sa vitesse terminale enregistrée. On a constaté que la vitesse terminale était toujours inférieure à celle prédite par le modèle utilisé. Il a été suggéré que la résistance au mouvement est en réalité proportionnelle à la vitesse au carré. Le modèle suivant a donc été mis en place :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 9,81 - 0,9 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

- (c) Écrivez l'équation différentielle comme un système d'équations différentielles du premier ordre. [2]
- (d) Utilisez la méthode d'Euler, avec un pas de longueur 0,2, pour trouver le déplacement et la vitesse de l'objet lorsque $t = 0,6$. [4]
- (e) En appliquant la méthode d'Euler de façon répétée, trouvez une approximation pour la vitesse terminale, avec cinq chiffres significatifs. [1]

À sa vitesse terminale, l'accélération d'un objet est égale à zéro.

- (f) Utilisez l'équation différentielle pour trouver la vitesse terminale de l'objet. [2]
- (g) Utilisez vos réponses des parties (d), (e) et (f) pour commenter la précision de l'approximation d'Euler à ce modèle. [2]
-

Barème de notation

Spécimen d'épreuve

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 2

Instructions pour les examinateurs

Abréviations

- M** Points attribués pour avoir tenté d'utiliser une **méthode** correcte.
- A** Points attribués pour une **réponse** ou pour la **précision** ; souvent ils dépendent des points **M** qui précèdent.
- R** Points attribués pour un **raisonnement** clair.
- AG** La réponse est donnée dans la question et, par conséquent, aucun point n'est attribué.

Utilisation du barème

1 Généralités

Attribuez des points à l'aide des annotations tel qu'indiqué dans le barème de notation, par exemple **M1**, **A2**.

2 Points pour la méthode et la réponse/précision

- **N'attribuez pas** automatiquement la totalité des points pour une réponse correcte ; tout le travail **doit** être vérifié, et les points attribués selon le barème de notation.
- En règle générale, il n'est pas possible d'attribuer **M0** suivi de **A1**, étant donné que les points **A** dépendent des éventuels points **M** qui précèdent.
- Lorsque des points **M** et des points **A** sont marqués sur la même ligne, par exemple **M1A1**, cela signifie habituellement **M1** pour **tenter** d'utiliser une méthode appropriée (par exemple, substitution dans une formule) et **A1** pour l'utilisation des valeurs **correctes**.
- Si deux points **A** ou plus sont marqués sur la même ligne, ils peuvent être attribués de façon indépendante ; par exemple, si la première valeur est incorrecte, mais que les deux suivantes sont correctes, attribuez **A0A1A1**.
- Lorsque le barème de notation précise **M2**, **A3**, etc., **ne fractionnez pas** ces points (sauf indication contraire dans une remarque).
- Lorsque la réponse correcte à une question ou à une partie de question est vue, ignorez le travail qui suit. Cependant, si le raisonnement qui suit indique un manque de compréhension mathématique, n'attribuez pas le dernier **A1**. Les réponses numériques peuvent néanmoins être une exception, dans le cas où une valeur exacte correcte est suivie d'une valeur décimale incorrecte. Par contre, si la valeur décimale incorrecte est utilisée dans une partie ultérieure et que le raisonnement montré est correct, attribuez des points de suivi **FT**, mais n'attribuez pas le dernier **A1** dans cette partie.

Exemples

	Réponse correcte vue	Raisonnement additionnel vu	Action
1.	$8\sqrt{2}$	5,65685... (valeur décimale incorrecte)	Attribuer le dernier A1 (ignorer le raisonnement additionnel)
2.	$\frac{1}{4} \sin 4x$	$\sin x$	Ne pas attribuer le dernier A1
3.	$\log a - \log b$	$\log(a - b)$	Ne pas attribuer le dernier A1

3 Points implicites

Les points implicites apparaissent entre **parenthèses**, par exemple (**M1**), et peuvent seulement être attribués si un raisonnement **correct** est vu ou si ce dernier est implicite dans le raisonnement subséquent.

- Normalement, le raisonnement correct est vu ou implicite dans la prochaine ligne de la démarche.
- Des points **sans** parenthèses ne peuvent être attribués que pour un raisonnement qui est **vu**.

4 Points de suivi (attribués uniquement suite à une erreur du candidat)

Les points de suivi (**FT**) sont accordés lorsqu'une réponse incorrecte d'une **partie** d'une question est correctement utilisée dans les parties **suivantes** ou sous-partie(s). En règle générale, pour accorder des points **FT**, il faut que les étapes du travail soient présentées et pas seulement la réponse finale, calculée à partir d'une réponse incorrecte d'une partie précédente. Cependant, si une sous-partie se voit attribuer des points uniquement pour la réponse (c'est-à-dire qu'aucun raisonnement n'est indiqué), alors des points **FT** doivent être attribués le cas échéant.

- À l'intérieur d'une partie de question, une fois qu'une **erreur** est commise, aucun autre point **A** ne peut être attribué au travail faisant intervenir l'erreur, mais des points **M** peuvent être attribués le cas échéant.
- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur, accordez alors moins de points **FT** à votre discrétion.
- Si l'erreur conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, utilisation de $r > 1$ pour la somme d'une série géométrique infinie, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Le mot « leur » peut apparaître dans une description du barème de notation afin d'indiquer la possibilité que les candidats utilisent une valeur incorrecte.
- Les exceptions à cette règle seront notées explicitement dans le barème de notation.
- Si un candidat commet une erreur dans une partie, mais obtient une ou des réponses correctes dans la ou les parties suivantes, attribuez les points appropriés, sauf indication contraire dans la question. Une approche différente ne dépendant pas des réponses aux parties précédentes peut souvent être utilisée dans les parties suivantes.

5 Erreurs de lecture

Si un candidat copie incorrectement les informations à propos d'une question, ceci est une erreur de lecture (**MR**). Appliquez une pénalité **MR** de 1 point pour cette question.

- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur de lecture **MR**, accordez alors moins de points à votre discrétion.
- Si l'erreur de lecture **MR** conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Si un candidat copie incorrectement son propre travail, cela ne constitue **pas** une erreur de lecture, il s'agit d'une erreur.
- La pénalité **MR** ne peut être appliquée que lorsque le raisonnement est vu. Pour les questions avec la calculatrice, sans raisonnement et avec des réponses incorrectes, les examinateurs ne doivent **pas** présumer que les valeurs ont été mal lues.

6 Méthodes alternatives

Les candidats utiliseront quelquefois des méthodes autres que celles du barème de notation. À moins que la question impose une méthode, les autres méthodes correctes doivent être notées en cohérence avec le barème de notation.

- Des méthodes alternatives pour une question complète sont indiquées par **MÉTHODE 1**, **MÉTHODE 2**, etc.
- Des solutions alternatives pour une partie de question sont indiquées par **SOIT . . . OU**.

7 Formes alternatives

*Sauf si la question impose une forme particulière, **acceptez** les formes équivalentes.*

- Puisqu'il s'agit d'un examen international, acceptez toutes les formes alternatives de **notations**.
- Dans le barème de notation, les formes **numériques** et **algébriques** équivalentes seront généralement écrites entre parenthèses immédiatement après la réponse.
- Dans le barème de notation, les réponses **simplifiées** (que souvent les candidats n'écrivent pas dans les examens), apparaîtront généralement entre parenthèses. Les points doivent être attribués, soit pour la réponse précédant les parenthèses, soit pour la réponse entre parenthèses (si elle est visible).

8 Précision des réponses

Si le niveau de précision est spécifié dans la question, un point sera attribué si la réponse est fournie avec le niveau de précision requis. Il y a deux types d'erreurs de précision et le point pour la réponse finale ne doit pas être attribué si ces erreurs surviennent.

- **Erreurs d'arrondi** : concerne uniquement les réponses finales, pas les étapes intermédiaires.
- **Niveau de précision** : lorsque cela n'est pas spécifié dans la question, la règle générale s'applique aux réponses finales : *sauf en cas d'indication contraire contenue dans la question, les candidats doivent fournir des réponses numériques exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.*

9 Calculatrices

L'utilisation d'une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve, mais les calculatrices équipées fonctions de manipulation symbolique / fonctionnalité de l'applet CAS ne sont pas autorisées.

Notations propres aux calculatrices

Le guide des mathématiques précise que :

Les élèves doivent toujours utiliser des notations mathématiques correctes, et non les notations qui peuvent apparaître sur leur calculatrice.

N'acceptez **pas** les réponses finales écrites à l'aide de notations propres aux calculatrices. Cependant, ne pénalisez pas l'utilisation de notations propres aux calculatrices dans le raisonnement.

1. (a) $2(8 \times 4 + 3 \times 4 + 3 \times 8)$ **M1**
 $= 136 \text{ (cm}^2\text{)}$ **A1**
[2 points]

(b) $\sqrt{8^2 + 4^2 + 3^2}$ **M1**
 $(AG \Rightarrow) 9,43 \text{ (cm)} (9,4339\dots, \sqrt{89})$ **A1**
[2 points]

(c) $-2x + 220 = 0$ **M1**
 $x = 110$ **A1**
 $110\,000 \text{ (boîtes)}$ **A1**
[3 points]

(d) $P(x) = \int -2x + 220 \, dx$ **M1**

Note: Attribuer **M1** pour une preuve d'intégration.

$P(x) = -x^2 + 220x + c$ **A1A1**

Note: Attribuer **A1** soit pour $-x^2$ ou pour $220x$, attribuer **A1** pour les deux termes corrects et la constante d'intégration.

$1700 = -(20)^2 + 220(20) + c$ **M1**

$c = -2300$

$P(x) = -x^2 + 220x - 2300$ **A1**
[5 points]

(e) $-x^2 + 220x - 2300 = 0$ **M1**
 $x = 11,005$ **A1**
 $11\,006 \text{ (boîtes)}$ **A1**

Note: Attribuer **M1** pour leur $P(x) = 0$, attribuer **A1** pour leur solution pour x . Attribuer le dernier **A1** pour exprimer leur solution comme le nombre minimal de boîtes. Ne pas accepter 11 005, l'entier le plus proche, ni 11 000, la réponse exprimée avec 3 chiffres significatifs, puisque ces réponses ne satisfont pas à ce que la question demande.

[3 points]

Total [15 points]

2. (a) (i) $P(Y) = 0,8 \times 0,1 + 0,2 \times 0,3$
 $= 0,14$

M1

A1

(ii) $P(\text{Étoile} | Y) = \frac{0,8 \times 0,1}{0,14}$

M1

$= 0,571 \left(\frac{4}{7} ; 0,571428... \right)$

A1

[4 points]

(b) les couleurs des bonbons sont distribuées selon les spécifications du fabricant

A1

[1 point]

(c)

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Effectifs théoriques	12	20	16	16	8	8

A2

Note: Attribuer **A2** pour les 6 effectifs théoriques corrects, **A1** pour 4 ou 5 valeurs correctes, **A0** autrement.

[2 points]

(d) 5

A1

[1 point]

(e) 0,469 (0,4688117...)

A2

[2 points]

(f) puisque $0,469 > 0,05$

R1

ne pas rejeter l'hypothèse nulle. Il n'y a pas de preuve suffisante pour rejeter les spécifications du fabricant

A1

Note: Attribuer **R1** pour une comparaison correcte entre leur valeur p et le niveau du test, attribuer **A1** pour le résultat correct à partir de cette comparaison. Ne pas attribuer **R0A1**.

[2 points]

Total [12 points]

3. (a) (i) $N = 24$

$$I\% = 14$$

$$VA = -14000$$

$$FV = 0$$

$$P/Y = 4$$

$$C/Y = 4$$

(M1)(A1)

Note: Attribuer **M1** pour avoir tenté d'utiliser une application financière dans leur calculatrice, attribuer **A1** pour toutes les valeurs correctes. Accepter $VA = 14000$.

$$871,82 \text{ (€)}$$

A1

(ii) $4 \times 6 \times 871,82$

(M1)

$$20923,68 \text{ (€)}$$

A1

(iii) $20923,68 - 14000$

(M1)

$$6923,68 \text{ (€)}$$

A1

[7 points]

(b) (i) $0,9 \times 14000 (= 14000 - 0,10 \times 14000)$

M1

$$12600,00 \text{ (€)}$$

A1

(ii) $N = 72$

$$VA = 12600$$

$$PMT = -250$$

$$FV = 0$$

$$P/Y = 12$$

$$C/Y = 12$$

(M1)(A1)

Note: Attribuer **M1** pour avoir tenté d'utiliser une application financière dans leur calculatrice, attribuer **A1** pour toutes les valeurs correctes. Accepter $VA = -12600$ en autant que $PMT = 250$.

$$12,56 \text{ (%)}$$

A1

[5 points]

suite...

Suite de la question 3

(c) **SOIT**

que Bryan choisisse l'option A

A1

aucun dépôt est requis

R1

Note: Attribuer **R1** pour avoir indiqué qu'aucun dépôt est requis. Attribuer **A1** pour avoir effectué le bon choix à partir de ce fait. Ne pas attribuer **R0A1**.

OU

que Bryan choisisse l'option B

A1

coût de l'option A (6923,69) > coût de l'option B ($72 \times 250 - 12\,600 = 5400$)

R1

Note: Attribuer **R1** pour une comparaison correcte des coûts. Attribuer **A1** pour avoir effectué le bon choix suite à cette comparaison. Ne pas attribuer **R0A1**.

[2 points]

(d) le taux d'intérêt réel est $0,4 - 0,1 = 0,3 \%$

(M1)

valeur des autres paiements $250 + 250 \times 1,003 + \dots + 250 \times 1,003^{71}$

utilisation de la somme de termes d'une série géométrique ou d'une application financière sur une calculatrice à écran graphique

(M1)

= 20 058,43

valeur du dépôt au bout de 6 ans

$1400 \times (1,003)^{72} = 1736,98$

(A1)

La valeur totale est 21 795,41 (€)

A1

Note: Les deux points **M** peuvent être attribués pour une utilisation correcte d'une application financière sur une calculatrice à écran graphique :

$N = 72 \text{ (} 6 \times 12 \text{)}$

$I\% = 3,6 \text{ (} 0,3 \times 12 \text{)}$

$VA = 0$

$PMT = -250$

$FV =$

$P/Y = 12$

$C/Y = 12$

OU

$N = 72 \text{ (} 6 \times 12 \text{)}$

$I\% = 0,3$

$VA = 0$

$PMT = -250$

$FV =$

$P/Y = 1$

$C/Y = 1$

[4 points]

Total [18 points]

4. (a) $r = \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -150 \\ -50 \\ -20 \end{pmatrix}$ **A1A1**
- [2 points]**
- (b) (i) lorsque $x = 0$, $t = \frac{30}{150} = 0,2$ **M1**
- SOIT**
- lorsque $y = 0$, $t = \frac{10}{150} = 0,2$ **A1**
- puisque les deux valeurs de t sont égales, l'avion passe directement au-dessus de l'aéroport
- OU**
- $t = 0,2$, $y = 0$ **A1**
- (ii) altitude $= 5 - 0,2 \times 20 = 1 \text{ km}$ **A1**
- (iii) heure 13 h 12 **A1**
- [4 points]**
- (c) (i) $5 - 20t = 4 \Rightarrow t = \frac{1}{20}$ (3 minutes) **(M1)**
- heure 13 h 03 **A1**
- (ii) le déplacement est $\begin{pmatrix} 22,5 \\ 7,5 \\ 4 \end{pmatrix}$ **A1**
- la distance est $\sqrt{22,5^2 + 7,5^2 + 4^2}$ **(M1)**
- $= 24,1 \text{ km}$ **A1**
- [5 points]**

suite...

Suite de la question 4

(d) **MÉTHODE 1**

le temps jusqu'à l'atterrissage est $12 - 3 = 9$ minutes

M1

altitude à descendre = 4 km

$$a = \frac{-4}{\frac{9}{60}}$$

M1

$$= -26,7$$

A1

MÉTHODE 2

$$\begin{pmatrix} -150 \\ -50 \\ a \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 22,5 \\ 7,5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

M1

$$-150 = 22,5s \Rightarrow s = -\frac{20}{3}$$

M1

$$a = -\frac{20}{3} \times 4$$

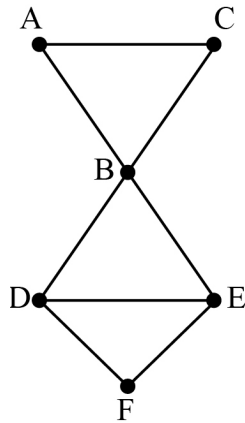
$$= -26,7$$

A1

[3 points]

Total [14 points]

5. (a)



A2
[2 points]

(b) tentative de construire une matrice d'adjacence

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

M1

A1

[2 points]

(c) élever la matrice à la puissance six
50

(M1)

A1

[2 points]

(d) pas possible
car on doit passer par B deux fois

A1

R1

Note: Ne pas attribuer **A1R0**.

[2 points]

(e) $a = 230$, $b = 340$

A1A1

[2 points]

(f) $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow A$
 $90 + 70 + 100 + 210 + 330 + 150$
950 (USD)

(M1)

(A1)

A1

[3 points]

suite...

Suite de la question 5

- (g) trouver le poids de l'arbre couvrant minimal
 $70 + 80 + 100 + 180 = 430$ (USD)
 additionner les deux arêtes de plus petit poids
 $430 + 90 + 150 = 670$ (USD)

M1

A1

M1

A1

[4 points]

Total [17 points]

6. (a) $\begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 \\ 0,2 & 0,9 \end{pmatrix}$

M1A1

[2 points]

(b) $\begin{vmatrix} 0,8 - \lambda & 0,1 \\ 0,2 & 0,9 - \lambda \end{vmatrix} = 0$

M1

$\lambda = 1$ et $0,7$

A1

vecteurs propres $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(M1)A1

Note: Accepter tout multiple scalaire des vecteurs propres.

[4 points]

(c) **SOIT**

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,7 \end{pmatrix}$$

A1A1

OU

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0,7 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A1A1

[2 points]

(d) $P^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

A1

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,7^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1200 \\ 1200 \end{pmatrix}$$

M1A1

tentative de multiplier les matrices

M1

donc, dans la compagnie A, après n années, $400(2 + 0,7^n)$

A1

[5 points]

(e) $400 \times 2 = 800$

A1

[1 point]

Total [14 points]

7. (a) $\frac{dv}{dt} = 9,81 - 0,9v$ **M1**
- $\int \frac{1}{9,81 - 0,9v} dv = \int 1 dt$ **M1**
- $-\frac{1}{0,9} \ln(9,81 - 0,9v) = t + c$ **A1**
- $9,81 - 0,9v = Ae^{-0,9t}$ **A1**
- $v = \frac{9,81 - Ae^{-0,9t}}{0,9}$ **A1**
- lorsque $t = 0$, $v = 0$, donc $A = 9,81$ **A1**
- $v = \frac{9,81(1 - e^{-0,9t})}{0,9}$
- $v = 10,9(1 - e^{-0,9t})$ **A1**
- [7 points]**
- (b) **soit** laisser t tendre vers l'infini, ou $\frac{dv}{dt} = 0$ **(M1)**
- $v = 10,9$ **A1**
- [2 points]**
- (c) $\frac{dx}{dt} = y$ **M1**
- $\frac{dy}{dt} = 9,81 - 0,9y^2$ **A1**
- [2 points]**
- (d) $x_{n+1} = x_n + 0,2y_n$, $y_{n+1} = y_n + 0,2(9,81 - 0,9(y_n)^2)$ **(M1)(A1)**
- $x = 1,04$, $\frac{dx}{dt} = 3,31$ **(M1)A1**
- [4 points]**
- (e) 3,3015 **A1**
- [1 point]**
- (f) $0 = 9,81 - 0,9(v)^2$ **M1**
- $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{9,81}{0,9}} = 3,301511... (= 3,30)$ **A1**
- [2 points]**

suite...

Suite de la question 7

- (g) le modèle permet de trouver la vitesse terminale de façon très précise,
il s'agit donc d'une bonne approximation

R1

pour les valeurs intermédiaires, l'objet dépassait la vitesse terminale,
ce n'est donc pas une bonne approximation dans ce cas

R1

[2 points]

Total [20 points]

Mathématiques : applications et interprétation
Niveau supérieur
Épreuve 3

Spécimen d'épreuve

1 heure

Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[55 points]**.

Page vierge

Répondez aux **deux** questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 27]

Deux établissements scolaires de l'IB, A et B, suivent le Programme du diplôme de l'IB, mais ont des méthodes d'enseignement différentes. Un groupe de recherche a testé si les différentes méthodes d'enseignement mènent à un résultat final similaire.

Pour le test, un groupe de huit élèves a été sélectionné au hasard dans chaque établissement scolaire. Les élèves des deux échantillons ont été soumis à un test standardisé au début du programme et une prédiction de leur résultat final de l'IB a été faite sur la base de ce test, ce résultat prédit a ensuite été comparé à leur résultat obtenu à la fin du programme.

Des études précédentes indiquent que les prédictions faites à partir des tests standardisés et les résultats finaux de l'IB peuvent être modélisés par une distribution normale.

On peut supposer que :

- le test standardisé est une méthode valide pour prédire le résultat final de l'IB ;
- les variations par rapport aux prédictions peuvent être expliquées par les caractéristiques de l'élève et de l'établissement.

(a) Identifiez un test qui aurait pu être utilisé pour vérifier l'hypothèse nulle affirmant que les prédictions à partir du test standardisé peuvent être modélisées par une distribution normale. [1]

(b) Indiquez pourquoi le fait de comparer seulement les résultats finaux de l'IB des élèves provenant des deux établissements scolaires ne serait pas un test valide pour comparer l'efficacité des deux méthodes d'enseignement différentes. [1]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Les données pour l'établissement scolaire A sont montrées dans le tableau suivant.

Établissement scolaire A

Numéro de l'élève	Sexe	Nombre prédit de points à l'IB (p)	Nombre final de points à l'IB (f)
1	masculin	43,2	44
2	masculin	36,5	34
3	féminin	37,1	38
4	masculin	30,9	28
5	masculin	41,1	39
6	féminin	35,1	39
7	masculin	36,4	40
8	masculin	38,2	38
Moyenne		37,31	37,5

- (c) Pour chaque élève, la différence entre le nombre prédit de points et le nombre final de points ($f - p$) a été calculée.

(i) Trouvez la différence moyenne.

(ii) Trouvez l'écart type des différences.

[3]

- (d) Utilisez un test t pour des échantillons appariés afin de déterminer s'il existe des preuves significatives comme quoi les élèves de l'établissement A ont amélioré leurs résultats IB depuis le début du programme.

[4]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Les données pour l'établissement scolaire B sont montrées dans le tableau suivant.

Établissement scolaire B

Numéro de l'élève	Sexe	Nombre final de points à l'IB – Nombre prédit de points à l'IB ($f - p$)
1	masculin	8,7
2	féminin	–1,1
3	féminin	4,8
4	féminin	–1,5
5	masculin	2,5
6	féminin	3,2
7	féminin	–1,3
8	féminin	3,1
Moyenne		2,3

- (e) (i) Utilisez un test approprié pour déterminer s'il existe des preuves, au niveau de signification de 5 %, comme quoi les élèves de l'établissement scolaire B se sont améliorés plus que ceux de l'établissement scolaire A.
- (ii) Indiquez pourquoi il était important de tester que les deux ensembles de points étaient normalement distribués.

[6]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

L'établissement scolaire A donne aussi à chaque élève une note pour l'effort dans chaque matière. Cette note est basée sur une échelle de 1 à 5, où 5 est considéré comme étant un effort remarquable.

Numéro de l'élève	Sexe	Nombre prédit de points à l'IB	Nombre final de points à l'IB	Note moyenne pour l'effort
1	masculin	43,2	44	4,4
2	masculin	36,5	34	4,2
3	féminin	37,1	38	4,7
4	masculin	30,9	28	4,3
5	masculin	41,1	39	3,9
6	féminin	35,1	39	4,9
7	masculin	36,4	40	4,9
8	masculin	38,2	38	4,3
Moyenne		37,31	37,5	4,45

On prétend que l'effort fourni par un élève est un facteur important pour améliorer son nombre de points prédit de l'IB.

- (f) (i) Effectuez un test sur les données de l'établissement A pour montrer qu'il est raisonnable de supposer une relation linéaire entre les notes pour l'effort et les améliorations des points prédits à l'IB. Vous pouvez supposer que les notes pour l'effort suivent une distribution normale.
- (ii) À partir de là, trouvez l'amélioration espérée entre le nombre prédit et le nombre final de points pour une augmentation d'une unité dans la note attribuée pour l'effort, en donnant votre réponse avec une précision d'une décimale.

[4]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Une enseignante de mathématiques de l'établissement A prétend que la comparaison entre les deux établissements n'est pas valide, car l'échantillon provenant de l'établissement B contient surtout des filles et celui de l'établissement A, surtout des garçons. Elle croit que les filles sont davantage susceptibles de montrer une plus grande amélioration entre le nombre prédit de points et le nombre final de points.

Elle recueille plus de données provenant d'autres établissements, en leur demandant de classer leurs résultats dans quatre catégories, comme le montre le tableau suivant.

	$(f - p) < -2$	$-2 \leq (f - p) < 0$	$0 \leq (f - p) < 2$	$(f - p) \geq 2$
Masculin	6	8	10	9
Féminin	3	8	14	8

- (g) Utilisez un test approprié pour déterminer si le fait de montrer une amélioration est indépendant du sexe. [6]
- (h) Si vous deviez répéter le test réalisé dans la partie (e) dans le but de comparer la qualité de l'enseignement entre les deux établissements, suggérez **deux** manières de choisir votre échantillon pour améliorer la validité du test. [2]

2. [Note maximale : 28]

Le nombre d'écureuils bruns, x , dans un secteur boisé peut être modélisé par l'équation différentielle suivante.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x}{1000}(2000 - x), \text{ où } x > 0$$

- (a) (i) Trouvez la population d'équilibre d'écureuils bruns suggérée par ce modèle.
- (ii) Expliquez pourquoi la population d'écureuils augmente pour des valeurs de x inférieures à cette valeur.

[3]

Lors d'une année, des écologistes remarquent que des écureuils noirs arrivent dans le boisé. Les deux espèces d'écureuils sont en compétition pour les mêmes provisions alimentaires. Soit y le nombre d'écureuils noirs dans le boisé.

Les écologistes souhaitent prédire les populations probables des deux espèces d'écureuils dans le futur. La recherche dans d'autres domaines indique que lorsque les deux populations entrent en contact, la croissance peut être modélisée par les équations différentielles suivantes, où t est mesuré en dizaines d'années.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x}{1000}(2000 - x - 2y), \quad x, y \geq 0$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y}{1000}(3000 - 3x - y), \quad x, y \geq 0$$

Un point d'équilibre pour les deux populations survient lorsque $\frac{dx}{dt} = 0$ et $\frac{dy}{dt} = 0$.

- (b) (i) Vérifiez que $x = 800$, $y = 600$ est un point d'équilibre.
- (ii) Trouvez les trois autres points d'équilibre.

[6]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 2)

Lorsque les deux populations sont petites, le modèle peut être réduit au système linéaire

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2x \\ \frac{dy}{dt} &= 3y.\end{aligned}$$

- (c) (i) En utilisant la séparation de variables, montrez que la solution générale de $\frac{dx}{dt} = 2x$ est $x = Ae^{2t}$.
- (ii) Écrivez la solution générale de $\frac{dy}{dt} = 3y$.
- (iii) Si les deux populations comptent 10 écureuils lorsque $t = 0$, utilisez les solutions des parties (c) (i) et (ii) pour estimer le nombre d'écureuils noirs et bruns lorsque $t = 0,2$. Donnez vos réponses aux entiers les plus près. [7]

Pour des populations plus grandes, les écologistes décident d'utiliser la méthode d'Euler afin de trouver les valeurs à long terme pour les populations. Ils utiliseront la méthode d'Euler avec un pas de longueur de 2 ans ($t = 0,2$).

- (d) (i) Écrivez les expressions pour x_{n+1} et y_{n+1} que les écologistes utiliseront.
- (ii) Étant donné que les populations initiales sont $x = 100$, $y = 100$, trouvez les populations de chaque espèce d'écureuils lorsque $t = 1$.
- (iii) Utilisez d'autres itérations de la méthode d'Euler pour trouver la population à long terme pour chacune des espèces d'écureuils à partir de ces valeurs initiales.
- (iv) Utilisez la même méthode pour trouver la population à long terme de chaque espèce d'écureuils lorsque les populations initiales sont $x = 400$, $y = 100$. [7]
- (e) Utilisez la méthode d'Euler avec un pas de longueur 0,2 pour esquisser, sur le même système d'axes, les trajectoires approximatives pour chacune des populations avec les populations initiales suivantes.
- (i) $x = 1000$, $y = 1500$
- (ii) $x = 1500$, $y = 1000$ [3]
- (f) Étant donné que le point d'équilibre (800 ; 600) est un point de selle, esquissez le portrait de phases pour $x \geq 0$, $y \geq 0$ sur le même système d'axes que celui utilisé dans la partie (e). [2]
-

Barème de notation

Spécimen d'épreuve

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 3

Instructions pour les examinateurs

Abréviations

- M** Points attribués pour avoir tenté d'utiliser une **méthode** correcte.
- A** Points attribués pour une **réponse** ou pour la **précision** ; souvent ils dépendent des points **M** qui précèdent.
- R** Points attribués pour un **raisonnement** clair.
- AG** La réponse est donnée dans la question et, par conséquent, aucun point n'est attribué.

Utilisation du barème

1 Généralités

Attribuez des points à l'aide des annotations tel qu'indiqué dans le barème de notation, par exemple **M1**, **A2**.

2 Points pour la méthode et la réponse/précision

- **N'attribuez pas** automatiquement la totalité des points pour une réponse correcte ; tout le travail **doit** être vérifié, et les points attribués selon le barème de notation.
- En règle générale, il n'est pas possible d'attribuer **M0** suivi de **A1**, étant donné que les points **A** dépendent des éventuels points **M** qui précèdent.
- Lorsque des points **M** et des points **A** sont marqués sur la même ligne, par exemple **M1A1**, cela signifie habituellement **M1** pour **tenter** d'utiliser une méthode appropriée (par exemple, substitution dans une formule) et **A1** pour l'utilisation des valeurs **correctes**.
- Si deux points **A** ou plus sont marqués sur la même ligne, ils peuvent être attribués de façon indépendante ; par exemple, si la première valeur est incorrecte, mais que les deux suivantes sont correctes, attribuez **A0A1A1**.
- Lorsque le barème de notation précise **M2**, **A3**, etc., **ne fractionnez pas** ces points (sauf indication contraire dans une remarque).
- Lorsque la réponse correcte à une question ou à une partie de question est vue, ignorez le travail qui suit. Cependant, si le raisonnement qui suit indique un manque de compréhension mathématique, n'attribuez pas le dernier **A1**. Les réponses numériques peuvent néanmoins être une exception, dans le cas où une valeur exacte correcte est suivie d'une valeur décimale incorrecte. Par contre, si la valeur décimale incorrecte est utilisée dans une partie ultérieure et que le raisonnement montré est correct, attribuez des points de suivi **FT**, mais n'attribuez pas le dernier **A1** dans cette partie.

Exemples

	Réponse correcte vue	Raisonnement additionnel vu	Action
1.	$8\sqrt{2}$	5,65685... (valeur décimale incorrecte)	Attribuer le dernier A1 (ignorer le raisonnement additionnel)
2.	$\frac{1}{4} \sin 4x$	$\sin x$	Ne pas attribuer le dernier A1
3.	$\log a - \log b$	$\log(a - b)$	Ne pas attribuer le dernier A1

3 Points implicites

*Les points implicites apparaissent entre **parenthèses**, par exemple (**M1**), et peuvent seulement être attribués si un raisonnement **correct** est vu ou si ce dernier est implicite dans le raisonnement subséquent.*

- Normalement, le raisonnement correct est vu ou implicite dans la prochaine ligne de la démarche.
- Des points **sans** parenthèses ne peuvent être attribués que pour un raisonnement qui est **vu**.

4 Points de suivi (attribués uniquement suite à une erreur du candidat)

*Les points de suivi (**FT**) sont accordés lorsqu'une réponse incorrecte d'une **partie** d'une question est correctement utilisée dans les parties **suivantes** ou sous-partie(s). En règle générale, pour accorder des points **FT**, il faut que les étapes du travail soient présentées et pas seulement la réponse finale, calculée à partir d'une réponse incorrecte d'une partie précédente. Cependant, si une sous-partie se voit attribuer des points uniquement pour la réponse (c'est-à-dire qu'aucun raisonnement n'est indiqué), alors des points **FT** doivent être attribués le cas échéant.*

- À l'intérieur d'une partie de question, une fois qu'une **erreur** est commise, aucun autre point **A** ne peut être attribué au travail faisant intervenir l'erreur, mais des points **M** peuvent être attribués le cas échéant.
- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur, accordez alors moins de points **FT** à votre discrétion.
- Si l'erreur conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, utilisation de $r > 1$ pour la somme d'une série géométrique infinie, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Le mot « leur » peut apparaître dans une description du barème de notation afin d'indiquer la possibilité que les candidats utilisent une valeur incorrecte.
- Les exceptions à cette règle seront notées explicitement dans le barème de notation.
- Si un candidat commet une erreur dans une partie, mais obtient une ou des réponses correctes dans la ou les parties suivantes, attribuez les points appropriés, sauf indication contraire dans la question. Une approche différente ne dépendant pas des réponses aux parties précédentes peut souvent être utilisée dans les parties suivantes.

5 Erreurs de lecture

*Si un candidat copie incorrectement les informations à propos d'une question, ceci est une erreur de lecture (**MR**). Appliquez une pénalité **MR** de 1 point pour cette question.*

- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur de lecture **MR**, accordez alors moins de points à votre discrétion.
- Si l'erreur de lecture **MR** conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Si un candidat copie incorrectement son propre travail, cela ne constitue **pas** une erreur de lecture, il s'agit d'une erreur.
- La pénalité **MR** ne peut être appliquée que lorsque le raisonnement est vu. Pour les questions avec la calculatrice, sans raisonnement et avec des réponses incorrectes, les examinateurs ne doivent **pas** présumer que les valeurs ont été mal lues.

6 Méthodes alternatives

Les candidats utiliseront quelquefois des méthodes autres que celles du barème de notation. À moins que la question impose une méthode, les autres méthodes correctes doivent être notées en cohérence avec le barème de notation.

- Des méthodes alternatives pour une question complète sont indiquées par **MÉTHODE 1**, **MÉTHODE 2**, etc.
- Des solutions alternatives pour une partie de question sont indiquées par **SOIT . . . OU**.

7 Formes alternatives

*Sauf si la question impose une forme particulière, **acceptez** les formes équivalentes.*

- Puisqu'il s'agit d'un examen international, acceptez toutes les formes alternatives de **notations**.
- Dans le barème de notation, les formes **numériques** et **algébriques** équivalentes seront généralement écrites entre parenthèses immédiatement après la réponse.
- Dans le barème de notation, les réponses **simplifiées** (que souvent les candidats n'écrivent pas dans les examens), apparaîtront généralement entre parenthèses. Les points doivent être attribués, soit pour la réponse précédant les parenthèses, soit pour la réponse entre parenthèses (si elle est visible).

8 Précision des réponses

Si le niveau de précision est spécifié dans la question, un point sera attribué si la réponse est fournie avec le niveau de précision requis. Il y a deux types d'erreurs de précision et le point pour la réponse finale ne doit pas être attribué si ces erreurs surviennent.

- **Erreurs d'arrondi** : concerne uniquement les réponses finales, pas les étapes intermédiaires.
- **Niveau de précision** : lorsque cela n'est pas spécifié dans la question, la règle générale s'applique aux réponses finales : *sauf en cas d'indication contraire contenue dans la question, les candidats doivent fournir des réponses numériques exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.*

9 Calculatrices

L'utilisation d'une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve, mais les calculatrices équipées de fonctions de manipulation symbolique / fonctionnalité de l'applet CAS ne sont pas autorisées.

Notations propres aux calculatrices

Le guide des mathématiques précise que :

Les élèves doivent toujours utiliser des notations mathématiques correctes, et non les notations qui peuvent apparaître sur leur calculatrice.

N'acceptez **pas** les réponses finales écrites à l'aide de notations propres aux calculatrices. Cependant, ne pénalisez pas l'utilisation de notations propres aux calculatrices dans le raisonnement.

1. (a) χ^2 (test d'ajustement) **A1**
[1 point]

(b) **SOIT**

que l'objectif est de mesurer l'amélioration

OU

que les élèves peuvent ont des capacités différentes dans les deux établissements

R1
[1 point]

(c) (i) 0,1875 (accepter 0,188 ; 0,19)

A1

(ii) 2,46

(M1)A1

Note: Attribuer **(M1)A0** pour 2,63.

[3 points]

(d) H_0 : il n'y a pas eu d'amélioration

H_1 : il y a eu une amélioration

A1

tentative d'effectuer un test t pour des échantillons appariés unilatéral

(M1)

valeur $p = 0,423$

A1

il n'y a pas de preuve significative comme quoi les élèves se sont améliorés

R1

Note: Si les hypothèses ne sont pas indiquées, attribuer un maximum de **A0M1A1R0**.

[4 points]

(e) (i) H_0 : il n'y a pas de différence entre les deux établissements

H_1 : l'établissement B a mieux fait que l'établissement A.

A1

test t unilatéral sur deux échantillons

(M1)

valeur $p = 0,0984$

A1

$0,0984 > 0,05$ (pas significatif au niveau de signification de 5 %),
alors on ne rejette pas l'hypothèse nulle

R1A1

Note: Le dernier **A1** ne peut pas être attribué suite à une raison incorrecte.
Le dernier **R1A1** peut être attribué comme point de suivi suite à une valeur p incorrecte.
Attribuer un maximum de **A1(M1)A0R1A1** pour une valeur $p = 0,0993$.

(ii) l'échantillon est trop petit pour que le théorème central limite puisse être appliqué (et les tests t supposent que les distributions sont normales)

R1
[6 points]

suite...

Suite de la question 1

(f) (i) $H_0 : \rho = 0$

$H_1 : \rho > 0$

A1

Note: Accepter que les hypothèses soient exprimées en mots.

valeur $p = 0,00157$

A1

(0,00157 < 0,01), il y a des preuves significatives d'une corrélation (linéaire) entre l'effort et l'amélioration (il est donc raisonnable de supposer une relation linéaire)

R1

(ii) (pente de la droite de régression =) 6,6

A1

[4 points]

(g) H_0 : l'amélioration et le sexe sont indépendants

H_1 : l'amélioration et le sexe ne sont pas indépendants

A1

choisir un test d'indépendance du χ^2

(M1)

regrouper les deux premières colonnes puisque les effectifs théoriques de la première colonne sont inférieurs à 5

M1

nouveau tableau d'effectifs observés

	$(f - p) < 0$	$0 \leq (f - p) < 2$	$(f - p) \geq 2$
Masculin	14	10	9
Féminin	11	14	8

(A1)

valeur $p = 0,581$

A1

pas de preuve significative comme quoi le sexe et l'amélioration sont dépendants

R1

[6 points]

(h) *Par exemple:*

échantillons plus grands / inclure des données pour l'ensemble de l'établissement

choisir un nombre égal de garçons et de filles dans chaque échantillon

avoir un éventail de capacités similaire dans chaque échantillon

(si possible) avoir un éventail d'efforts similaire

R1R1

Note: Attribuer **R1** pour chaque suggestion raisonnable pour améliorer la validité du test.

[2 points]

Total [27 points]

2. (a) (i) 2000 (M1)A1

(ii) car la valeur de $\frac{dx}{dt}$ est positive (pour $x > 0$) R1

[3 points]

(b) (i) substituer $x = 800$, $y = 600$ dans les deux équations M1

les deux équations sont égales à 0 A1

donc, un point d'équilibre AG

(ii) $x = 0$, $y = 0$ A1

$x = 2000$, $y = 0$, $x = 0$, $y = 3000$ M1A1A1

Note: Attribuer **M1** pour avoir tenté de résoudre le système en autant que quelques valeurs de x et de y aient été trouvées.

[6 points]

(c) (i) $\int \frac{1}{x} dx = \int 2 dt$ M1

$\ln x = 2t + c$ A1A1

Note: Attribuer **A1** pour le côté droit, **A1** pour le côté gauche.

$x = e^c e^{2t}$ M1

$x = Ae^{2t}$ (où $A = e^c$) AG

(ii) $y = Be^{3t}$ A1

Note: Accepter n'importe quelle lettre pour le terme constant, y compris A .

(iii) $x = 15$, $y = 18$ (M1)A1

[7 points]

suite...

Suite de la question 2

(d) (i) $x_{n+1} = x_n + 0,2 \frac{x_n}{1000} (2000 - x_n - 2y_n)$

$y_{n+1} = y_n + 0,2 \frac{y_n}{1000} (3000 - 3x_n - y_n)$

M1A1

Note: Accepter des formes équivalentes.

(ii) $x = 319, y = 617$

(M1)A1A1

(iii) le nombre d'écureuils bruns diminue jusqu'à 0,
le nombre d'écureuils noirs tend vers une population de 3000

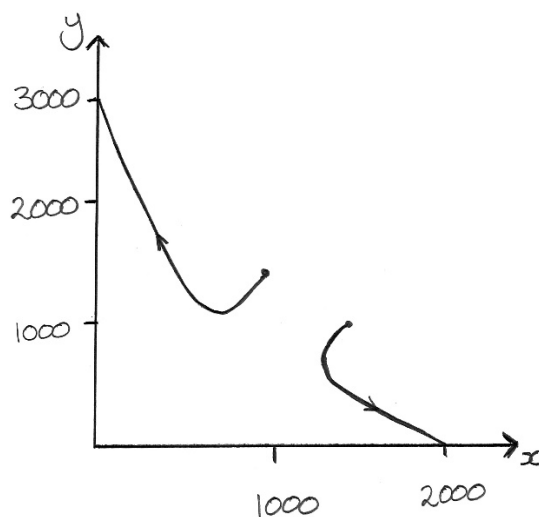
A1

(iv) le nombre d'écureuils bruns tend vers 2000,
le nombre d'écureuils noirs diminue jusqu'à 0

A1

[7 points]

(e) (i) **ET** (ii)



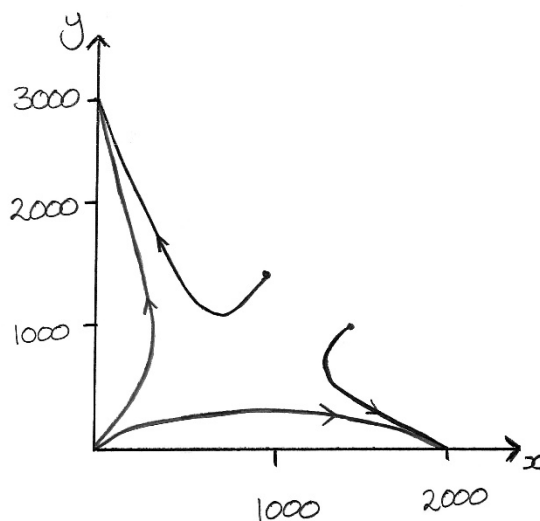
M1A1A1

[3 points]

suite...

Suite de la question 2

(f)



A1A1

Note: Attribuer **A1** pour une trajectoire commençant près de $(0 ; 0)$ et allant vers $(0 ; 3000)$ et **A1** pour une trajectoire commençant près de $(0 ; 0)$ et allant vers $(2000 ; 0)$, à peu près aux bons endroits.

[2 points]

Total [28 points]

**Mathématiques : applications et interprétation**
Niveau moyen
Épreuve 1

Spécimen d'épreuve

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.

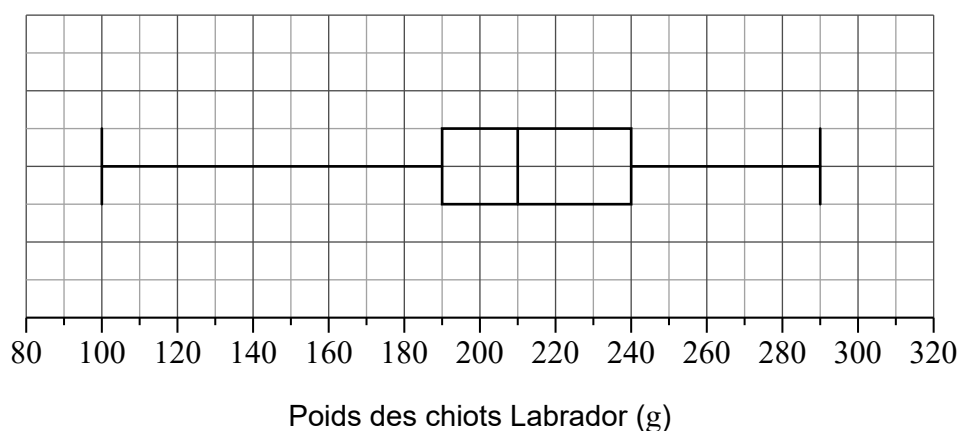


Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 6]

Palvinder élève des chiots Labrador dans sa ferme. Pendant de nombreuses années, il a enregistré le poids (g) des chiots.

Les données sont illustrées dans le diagramme en boîte suivant.



- (a) Écrivez le poids médian des chiots. [1]
- (b) Écrivez le troisième quartile. [1]
- (c) Trouvez l'écart interquartile. [2]

Les poids de ces chiots Labrador sont normalement distribués.

- (d) Trouvez le poids du chiot le plus lourd possible qui ne soit pas une valeur aberrante. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 1)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



20EP03

Tournez la page

2. [Note maximale : 6]

L'équipe de basketball des Tigres d'Osaka joue dans un stade à plusieurs niveaux.



Les billets les plus chers sont dans la première rangée. Les prix du billet, en yen (¥), dans chaque rangée forment une suite arithmétique. Les prix dans les trois premières rangées sont indiqués dans le tableau suivant.

Prix du billet par partie	
1 ^e rangée	6800 Yen
2 ^e rangée	6550 Yen
3 ^e rangée	6300 Yen

- (a) Écrivez la valeur de la raison, d . [1]
- (b) Calculez le prix d'un billet dans la 16^e rangée. [2]
- (c) Trouvez le coût total pour l'achat de 2 billets dans chacune des 16 premières rangées. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 6]

À la fin d'une journée d'école, le directeur a mené un sondage demandant aux élèves le nombre de classes où ils avaient utilisé l'Internet.

Les données sont montrées dans le tableau suivant.

Nombre de classes où les élèves ont utilisé l'Internet	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'élèves	20	24	30	k	10	3	1

- (a) Indiquez si les données sont discrètes ou continues. [1]

Le nombre moyen de classes où les élèves ont utilisé l'Internet est 2.

- (b) Trouvez la valeur de k . [4]

Puisqu'il n'était pas possible de demander à chaque personne de l'établissement scolaire, le directeur a donc classé les noms des élèves par ordre alphabétique, puis a demandé à chaque 10^e personne de la liste.

- (c) Identifiez la technique d'échantillonnage utilisée dans le sondage. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

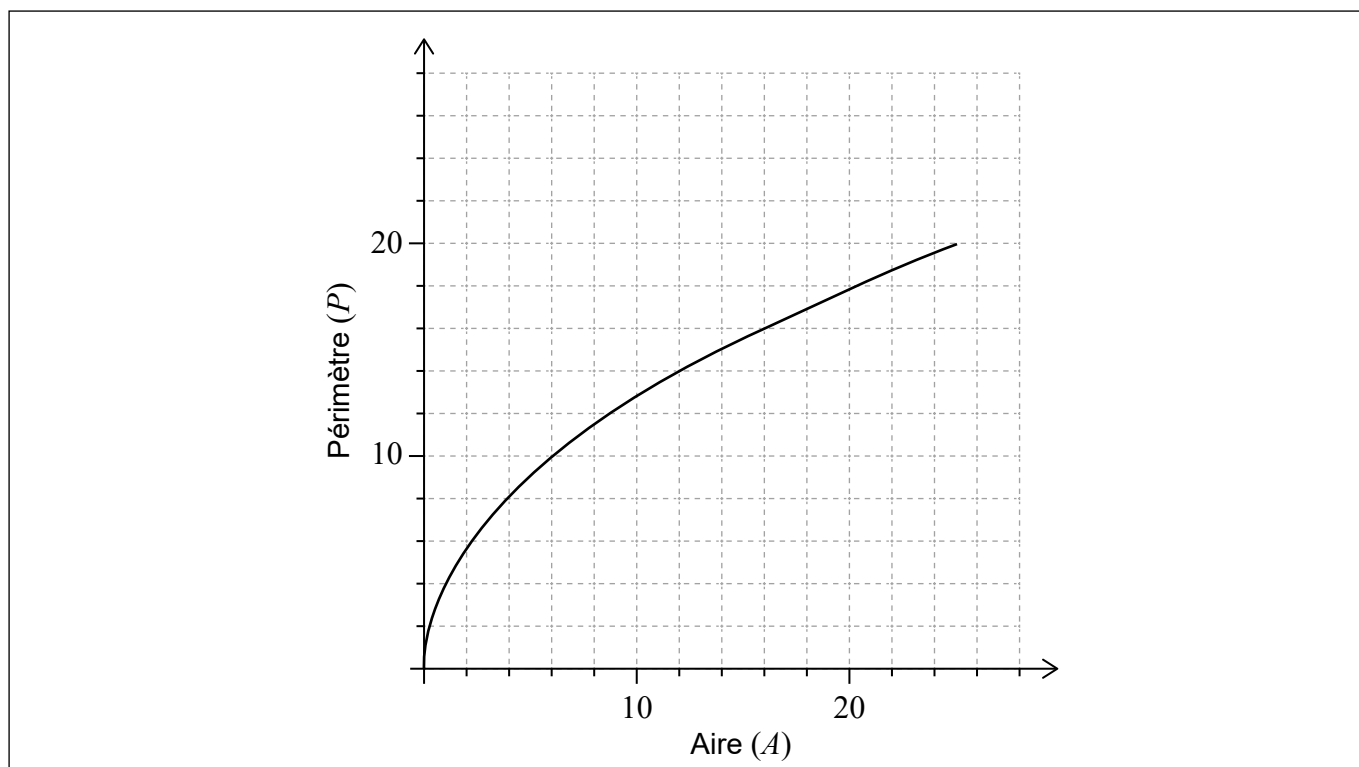
.....

.....



4. [Note maximale : 6]

Le périmètre d'un carré P peut être représenté par la fonction $P(A) = 4\sqrt{A}$, $A \geq 0$, où A est l'aire du carré. La représentation graphique de la fonction P est montrée pour $0 \leq A \leq 25$.



(a) Écrivez la valeur de $P(25)$. [1]

L'image de $P(A)$ est $0 \leq P(A) \leq n$.

(b) À partir de là, écrivez la valeur de n . [1]

(c) Sur le système d'axes ci-dessus, dessinez la représentation graphique de la fonction réciproque, P^{-1} . [3]

(d) Dans le contexte de la question, expliquez le sens de $P^{-1}(8) = 4$. [1]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 4)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Note maximale : 6]

Le professeur Vinculum a étudié les mouvements migratoires des oiseaux Bulbul à partir des zones humides naturelles vers un climat plus chaud.

Il a trouvé qu'au cours de la saison de migration leur population, P , pouvait être modélisée par $P = 1350 + 400(1,25)^{-t}$, $t \geq 0$, où t est le nombre de jours écoulés depuis le début de la saison de migration.

- (a) Trouvez la population d'oiseaux Bulbul,
 - (i) au début de la saison de migration.
 - (ii) dans les zones humides après 5 jours. [3]
- (b) Calculez le temps requis pour que la population soit en dessous de 1400. [2]
- (c) Selon ce modèle, trouvez la plus petite population possible d'oiseaux Bulbul pendant la saison de migration. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 5]

Dans le cadre d'une étude sur les modes de vie sains, Jing a visité l'université de Surrey Hills. Jing a enregistré la position d'une personne au sein de l'université et la fréquence à laquelle elle mangeait un repas de salade. Les résultats sont montrés dans le tableau.

	Repas de salade par semaine			
	0	1–2	3–4	>4
Élèves	45	26	18	6
Professeurs	15	8	5	12
Personnel et administration	16	13	10	6

Jing a mené un test d'indépendance du χ^2 au niveau de signification de 5 %.

- (a) Indiquez l'hypothèse nulle. [1]
- (b) Calculez la valeur p pour ce test. [2]
- (c) Indiquez, en donnant une raison, si l'hypothèse nulle devrait être acceptée. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

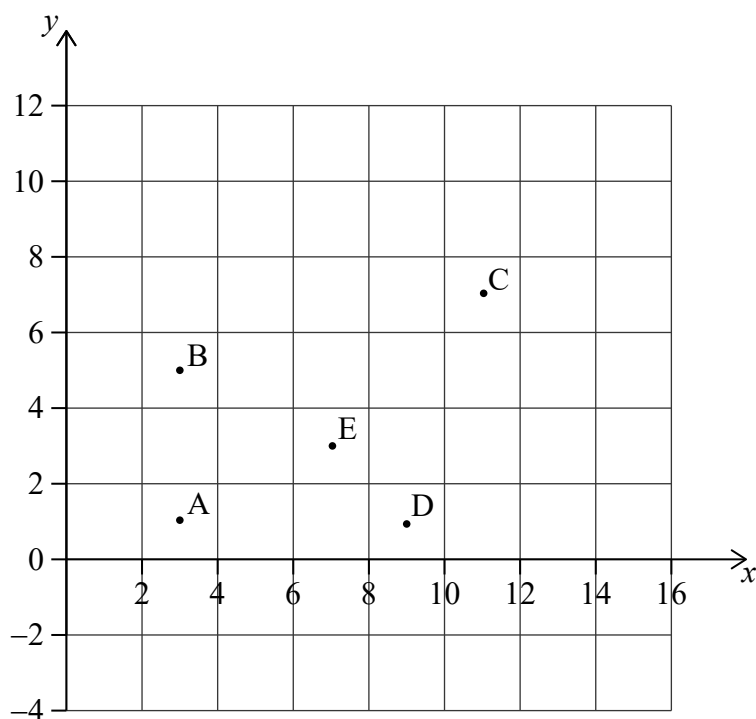


7. [Note maximale : 6]

Les points A(3 ; 1), B(3 ; 5), C(11 ; 7), D(9 ; 1) et E(7 ; 3) représentent des abris à neige dans la forêt nationale de Blackburn. Ces abris à neige sont illustrés dans le système d'axes suivant.

Échelle horizontale : 1 unité représente 1 km.

Échelle verticale : 1 unité représente 1 km.



(a) Calculez la pente du segment de droite AE.

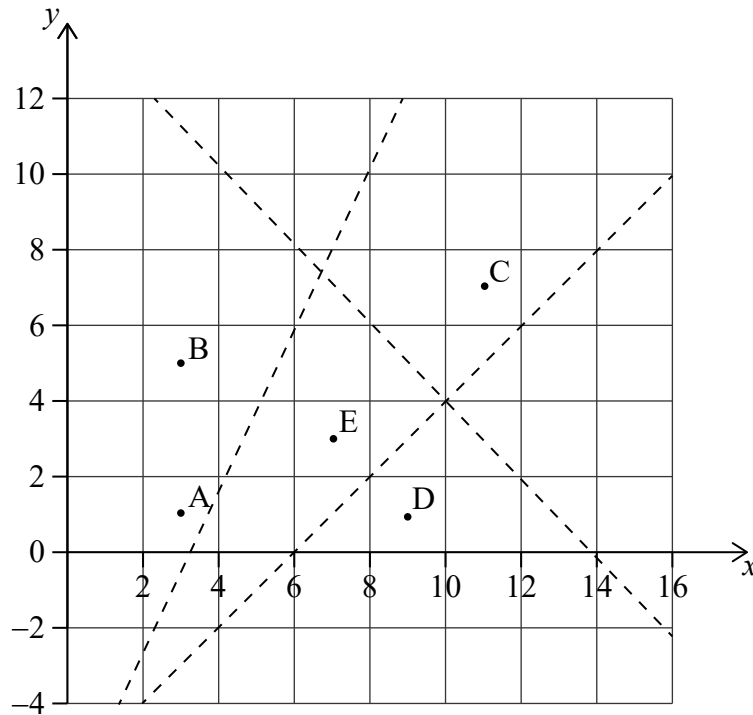
[2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 7)

Le garde forestier trace trois droites pour former un diagramme de Voronoï incomplet.



- (b) Trouvez l'équation de la droite qui pourrait compléter la cellule de Voronoï contenant le site E. Donnez votre réponse sous la forme $ax + by + d = 0$ où $a, b, d \in \mathbb{Z}$. [3]

- (c) Dans le contexte de la question, expliquez la signification de la cellule de Voronoï contenant le site E. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



8. [Note maximale : 4]

Le niveau de l'intensité sonore L , mesuré en décibels (dB), est une fonction de l'intensité acoustique, S watts par mètre carré (W m^{-2}). Le niveau de l'intensité sonore est donné par la formule suivante.

$$L = 10 \log_{10}(S \times 10^{12}), S \geq 0$$

- (a) Un orchestre a une intensité acoustique de $6,4 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2}$. Calculez le niveau sonore, L , d'un orchestre. [2]
- (b) Un concert rock a un niveau de l'intensité sonore de 112 dB. Trouvez l'intensité acoustique, S . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9. [Note maximale : 6]

M^{me} Calhoun mesure la taille des élèves dans sa classe de mathématiques. Elle voudrait savoir si la taille moyenne des élèves de sexe masculin, μ_1 , est la même que la taille moyenne des élèves de sexe féminin, μ_2 . L'information est enregistrée dans le tableau suivant.

Taille des garçons (cm)	150	148	143	152	151	149	147	
Taille des filles (cm)	148	152	154	147	146	153	152	150

Au niveau de signification de 10% un test t a été utilisé pour comparer les moyennes des deux groupes. Les données sont supposées être normalement distribuées et les écarts types des deux groupes sont égaux.

- (a) (i) Indiquez l'hypothèse nulle. [2]
- (ii) Indiquez l'hypothèse alternative. [2]
- (b) Calculez la valeur p pour ce test. [2]
- (c) Indiquez, en donnant une raison, si M^{me} Calhoun devrait accepter l'hypothèse nulle. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

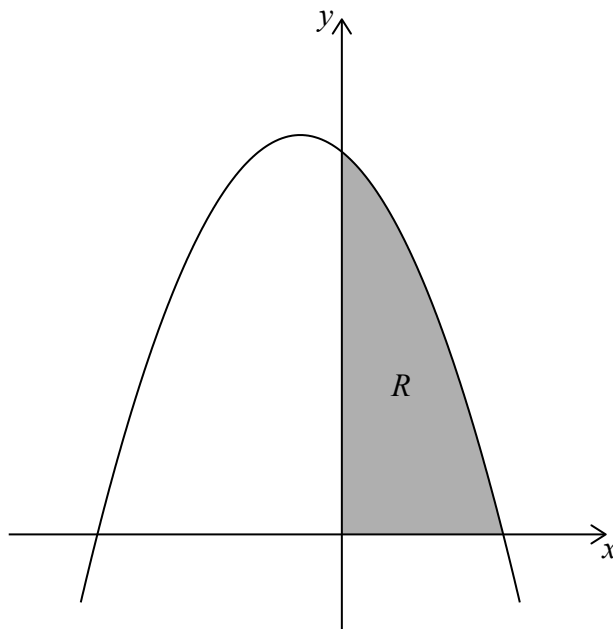
.....

.....



10. [Note maximale : 5]

Le diagramme suivant montre une partie de la représentation graphique de $f(x) = (6 - 3x)(4 + x)$, $x \in \mathbb{R}$. La région ombragée R est délimitée par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la représentation graphique de f .



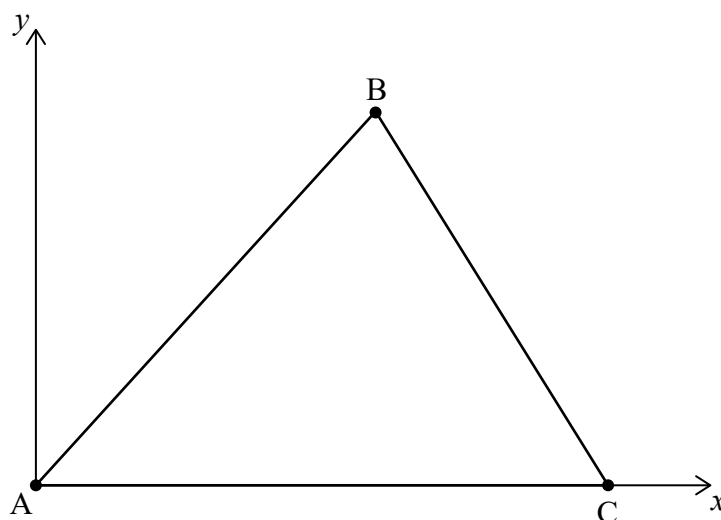
(a) Écrivez une intégrale pour l'aire de la région R .

[2]

(b) Trouvez l'aire de la région R .

[1]

Les trois points $A(0 ; 0)$, $B(3 ; 10)$ et $C(a ; 0)$ sont les sommets d'un triangle.



(c) Trouvez la valeur de a , l'abscisse de C , telle que l'aire du triangle est égale à l'aire de la région R .

[2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 10)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

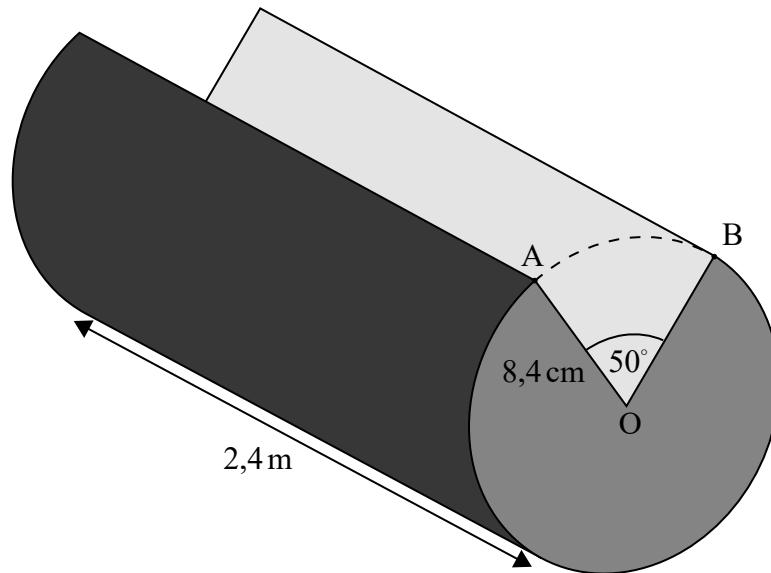
.....



11. [Note maximale : 4]

Hélène construit une cabane avec des rondins de bois cylindriques de longueur 2,4 m et de rayon 8,4 cm. Une portion est coupée à partir d'un rondin et la section transversale de ce rondin est illustrée dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



Trouvez le volume de ce rondin.

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12. [Note maximale : 6]

Jae Hee joue à un jeu avec un dé biaisé à six faces.

Les faces du dé sont identifiées par -3 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 et 5 .

Le score pour le jeu, X , est le nombre obtenu sur la face supérieure lorsque le dé est lancé.

Le tableau suivant montre la distribution de probabilité pour X .

Résultats x	-3	-1	0	1	2	5
$P(X=x)$	$\frac{1}{18}$	p	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{7}{18}$

(a) Trouvez la valeur exacte de p . [1]

Jae Hee joue une fois au jeu.

(b) Calculez le score espéré. [2]

Jae Hee joue deux fois au jeu et additionne les scores obtenus.

(c) Trouvez la probabilité que Jae Hee ait obtenu un score **total** de -3 . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. [Note maximale : 6]

Monsieur Burke enseigne à un groupe de mathématiques de 15 élèves. Dans ce groupe, il y a 6 élèves de sexe féminin et 9 élèves de sexe masculin.

Chaque jour, M. Burke choisit aléatoirement un élève pour répondre à une question du devoir.

- (a) Trouvez la probabilité que lors d'une journée donnée, M. Burke choisisse un élève de sexe féminin pour répondre à la question. [1]

Au cours du premier mois, M. Burke enseignera à son groupe 20 fois.

- (b) Trouvez la probabilité qu'il choisisse un élève de sexe féminin 8 fois. [2]

- (c) Trouvez la probabilité qu'il choisisse un élève de sexe masculin au plus 9 fois. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

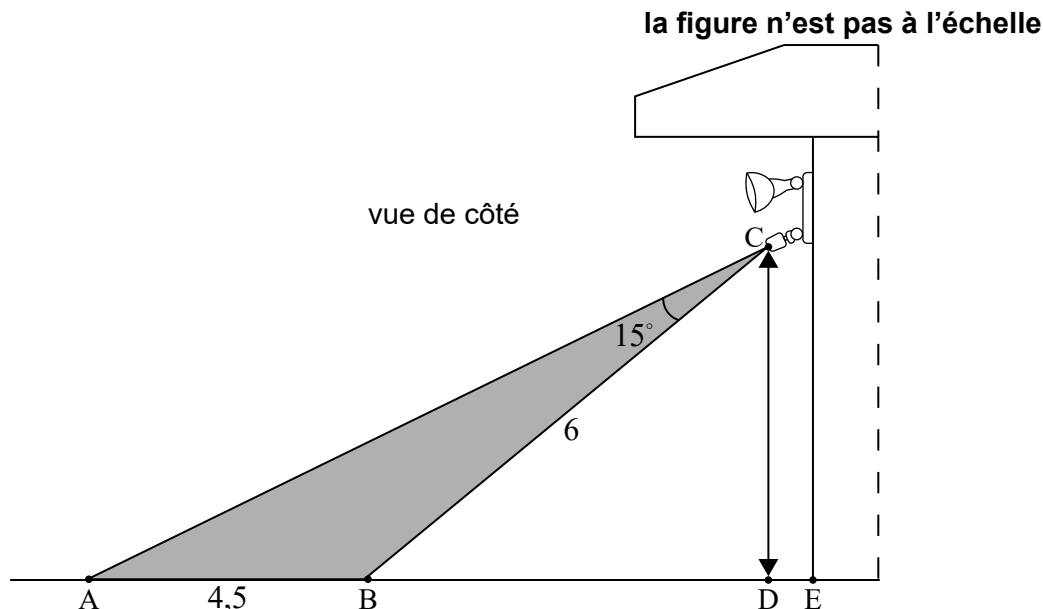
.....

.....



14. [Note maximale : 8]

Ollie a installé des lumières de sécurité sur le côté de sa maison qui sont activées par un capteur. Le capteur est situé au point C directement au-dessus du point D. L'aire couverte par le capteur est indiquée par la zone ombrée délimitée par le triangle ABC. La distance entre A et B est de 4,5 m et la distance entre B et C est de 6 m. L'angle ACB est 15° .



(a) Trouvez $\widehat{CAB}$.

[3]

Le point B sur le sol est à 5 m du point E à l'entrée de la maison d'Ollie. Ollie mesure 1,8 m et se tient debout au point D, en dessous du capteur. Il marche vers le point B.

(b) Trouvez à quelle distance Ollie se trouve **de l'entrée de sa maison** lorsqu'il active le capteur pour la première fois.

[5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne
seront pas corrigées.



20EP20

Barème de notation

Spécimen d'épreuve

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau moyen

Épreuve 1

Instructions pour les examinateurs

Abréviations

- M** Points attribués pour avoir tenté d'utiliser une **méthode** correcte.
- A** Points attribués pour une **réponse** ou pour la **précision** ; souvent ils dépendent des points **M** qui précèdent.
- R** Points attribués pour un **raisonnement** clair.
- AG** La réponse est donnée dans la question et, par conséquent, aucun point n'est attribué.

Utilisation du barème

1 Généralités

Attribuez des points à l'aide des annotations tel qu'indiqué dans le barème de notation, par exemple **M1**, **A2**.

2 Points pour la méthode et la réponse/précision

- **N'attribuez pas** automatiquement la totalité des points pour une réponse correcte ; tout le travail **doit** être vérifié, et les points attribués selon le barème de notation.
- En règle générale, il n'est pas possible d'attribuer **M0** suivi de **A1**, étant donné que les points **A** dépendent des éventuels points **M** qui précèdent.
- Lorsque des points **M** et des points **A** sont marqués sur la même ligne, par exemple **M1A1**, cela signifie habituellement **M1** pour **tenter** d'utiliser une méthode appropriée (par exemple, substitution dans une formule) et **A1** pour l'utilisation des valeurs **correctes**.
- Si deux points **A** ou plus sont marqués sur la même ligne, ils peuvent être attribués de façon indépendante ; par exemple, si la première valeur est incorrecte, mais que les deux suivantes sont correctes, attribuez **A0A1A1**.
- Lorsque le barème de notation précise **M2**, **A3**, etc., **ne fractionnez pas** ces points (sauf indication contraire dans une remarque).
- Lorsque la réponse correcte à une question ou à une partie de question est vue, ignorez le travail qui suit. Cependant, si le raisonnement qui suit indique un manque de compréhension mathématique, n'attribuez pas le dernier **A1**. Les réponses numériques peuvent néanmoins être une exception, dans le cas où une valeur exacte correcte est suivie d'une valeur décimale incorrecte. Par contre, si la valeur décimale incorrecte est utilisée dans une partie ultérieure et que le raisonnement montré est correct, attribuez des points de suivi **FT**, mais n'attribuez pas le dernier **A1** dans cette partie.

Exemples

	Réponse correcte vue	Raisonnement additionnel vu	Action
1.	$8\sqrt{2}$	5,65685... (valeur décimale incorrecte)	Attribuer le dernier A1 (ignorer le raisonnement additionnel)
2.	$\frac{1}{4} \sin 4x$	$\sin x$	Ne pas attribuer le dernier A1
3.	$\log a - \log b$	$\log(a - b)$	Ne pas attribuer le dernier A1

3 Points implicites

*Les points implicites apparaissent entre **parenthèses**, par exemple (**M1**), et peuvent seulement être attribués si un raisonnement **correct** est vu ou si ce dernier est implicite dans le raisonnement subséquent.*

- Normalement, le raisonnement correct est vu ou implicite dans la prochaine ligne de la démarche.
- Des points **sans** parenthèses ne peuvent être attribués que pour un raisonnement qui est **vu**.

4 Points de suivi (attribués uniquement suite à une erreur du candidat)

*Les points de suivi (**FT**) sont accordés lorsqu'une réponse incorrecte d'une **partie** d'une question est correctement utilisée dans les parties **suivantes** ou sous-partie(s). En règle générale, pour accorder des points **FT**, il faut que les étapes du travail soient présentées et pas seulement la réponse finale, calculée à partir d'une réponse incorrecte d'une partie précédente. Cependant, si une sous-partie se voit attribuer des points uniquement pour la réponse (c'est-à-dire qu'aucun raisonnement n'est indiqué), alors des points **FT** doivent être attribués le cas échéant.*

- À l'intérieur d'une partie de question, une fois qu'une **erreur** est commise, aucun autre point **A** ne peut être attribué au travail faisant intervenir l'erreur, mais des points **M** peuvent être attribués le cas échéant.
- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur, accordez alors moins de points **FT** à votre discrétion.
- Si l'erreur conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, utilisation de $r > 1$ pour la somme d'une série géométrique infinie, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Le mot « leur » peut apparaître dans une description du barème de notation afin d'indiquer la possibilité que les candidats utilisent une valeur incorrecte.
- Les exceptions à cette règle seront notées explicitement dans le barème de notation.
- Si un candidat commet une erreur dans une partie, mais obtient une ou des réponses correctes dans la ou les parties suivantes, attribuez les points appropriés, sauf indication contraire dans la question. Une approche différente ne dépendant pas des réponses aux parties précédentes peut souvent être utilisée dans les parties suivantes.

5 Erreurs de lecture

*Si un candidat copie incorrectement les informations à propos d'une question, ceci est une erreur de lecture (**MR**). Appliquez une pénalité **MR** de 1 point pour cette question.*

- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur de lecture **MR**, accordez alors moins de points à votre discrétion.
- Si l'erreur de lecture **MR** conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Si un candidat copie incorrectement son propre travail, cela ne constitue **pas** une erreur de lecture, il s'agit d'une erreur.
- La pénalité **MR** ne peut être appliquée que lorsque le raisonnement est vu. Pour les questions avec la calculatrice, sans raisonnement et avec des réponses incorrectes, les examinateurs ne doivent **pas** présumer que les valeurs ont été mal lues.

6 Méthodes alternatives

Les candidats utiliseront quelquefois des méthodes autres que celles du barème de notation. À moins que la question impose une méthode, les autres méthodes correctes doivent être notées en cohérence avec le barème de notation.

- Des méthodes alternatives pour une question complète sont indiquées par **MÉTHODE 1**, **MÉTHODE 2**, etc.
- Des solutions alternatives pour une partie de question sont indiquées par **SOIT . . . OU**.

7 Formes alternatives

*Sauf si la question impose une forme particulière, **acceptez** les formes équivalentes.*

- Puisqu'il s'agit d'un examen international, acceptez toutes les formes alternatives de **notations**.
- Dans le barème de notation, les formes **numériques** et **algébriques** équivalentes seront généralement écrites entre parenthèses immédiatement après la réponse.
- Dans le barème de notation, les réponses **simplifiées** (que souvent les candidats n'écrivent pas dans les examens), apparaîtront généralement entre parenthèses. Les points doivent être attribués, soit pour la réponse précédant les parenthèses, soit pour la réponse entre parenthèses (si elle est visible).

8 Précision des réponses

Si le niveau de précision est spécifié dans la question, un point sera attribué si la réponse est fournie avec le niveau de précision requis. Il y a deux types d'erreurs de précision et le point pour la réponse finale ne doit pas être attribué si ces erreurs surviennent.

- **Erreurs d'arrondi** : concerne uniquement les réponses finales, pas les étapes intermédiaires.
- **Niveau de précision** : lorsque cela n'est pas spécifié dans la question, la règle générale s'applique aux réponses finales : *sauf en cas d'indication contraire contenue dans la question, les candidats doivent fournir des réponses numériques exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.*

9 Calculatrices

L'utilisation d'une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve, mais les calculatrices équipées fonctions de manipulation symbolique / fonctionnalité de l'applet CAS ne sont pas autorisées.

Notations propres aux calculatrices

Le guide des mathématiques précise que :

Les élèves doivent toujours utiliser des notations mathématiques correctes, et non les notations qui peuvent apparaître sur leur calculatrice.

N'acceptez **pas** les réponses finales écrites à l'aide de notations propres aux calculatrices. Cependant, ne pénalisez pas l'utilisation de notations propres aux calculatrices dans le raisonnement.

1. (a) 210 g A1
[1 point]
- (b) 240 g A1
[1 point]
- (c) $240 - 190$
 $= 50$ g (M1)
A1
[2 points]
- (d) $240 + 1,5 \times (50)$
 $= 315$ g M1
A1
[2 points]
- Total [6 points]**

2. (a) $(d =) - 250$ A1
[1 point]
- (b) $(u_{16} =) 6800 + (16 - 1)(- 250)$
3050 (¥) M1
A1
[2 points]
- (c) $(S_{16} =) \left(\frac{16}{2} \right) (2 \times 6800 + (16 - 1)(- 250)) \times 2$ M1M1

Note: Attribuer **M1** pour une substitution correcte dans la formule des suites arithmétiques.
Attribuer **M1** pour avoir vu une multiplication par 2.

OU

$$(S_{16} =) \left(\frac{16}{2} \right) (6800 + 3050) \times 2$$

M1M1

Note: Attribuer **M1** pour une substitution correcte dans la formule des suites arithmétiques.
Attribuer **M1** pour avoir vu une multiplication par 2.

$$158000 (157600) (\text{¥})$$

A1

[3 points]

Total [6 points]

3. (a) discrètes

A1
[1 point]

(b)
$$\frac{24 + 60 + 3k + 40 + 15 + 6}{88 + k} = 2$$

M1A1

Note: Attribuer **M1** pour la substitution dans la formule pour la moyenne, attribuer **A1** pour une équation correcte.

tentative pour résoudre l'équation

(M1)

$k = 31$

A1
[4 points]

(c) systématique

A1
[1 point]

Total [6 points]

4. (a) 20

A1
[1 point]

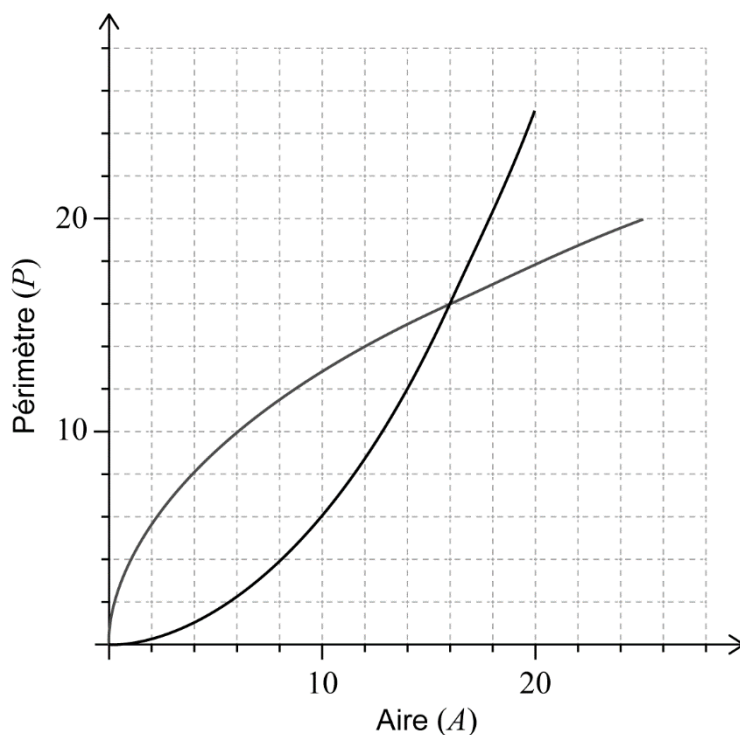
(b) $n = 20$

A1

Note: Points de suivi de la partie (a).

[1 point]

(c)



(M1)A1A1

Note: Attribuer **(M1)** pour une réflexion par rapport à la droite $P = A$, attribuer **A1** pour une borne en (20 ; 25), attribuer **A1** pour une courbe passant par (16 ; 16).

[3 points]

(c) lorsque le périmètre est égal à 8, l'aire est égale à 4

A1
[1 point]

Total [6 points]

5. (a) (i) 1750 A1
- (ii) $1350 + 400 (1,25)^{-5}$ (M1)
- $= 1480$ A1

Note: Accepter 1481.

[3 points]

- (b) $1400 = 1350 + 400 (1,25)^{-t}$ (M1)
- 9,32 (jours (9,31885...) (jours)) A1
- [2 points]

- (c) 1350 A1

Note: Accepter 1351 comme une interprétation valide du modèle, puisque $P=1350$ est une asymptote.

[1 point]

Total [6 points]

6. (a) le nombre de repas de salade par semaine est indépendant de la position d'une personne au sein de l'université A1

Note: Accepter « n'est pas associé » au lieu d'indépendant.

[1 point]

- (b) $0,0201(0,0201118...)$ A2
- [2 points]

- (c) $0,0201 < 0,05$ R1
- l'hypothèse nulle est rejetée A1
- [2 points]

Note: Attribuer (R1) pour une comparaison correcte entre leur valeur p et le niveau de signification du test, attribuer (A1) pour l'interprétation correcte à partir de cette comparaison.
Ne pas attribuer (R0)(A1).

Total [5 points]

7. (a) $\frac{3-1}{7-3}$ (M1)
0,5 A1
[2 points]

- (b) $y-2=-2(x-5)$ (A1)(M1)

Note: Attribuer (A1) pour leur -2 vu, attribuer (M1) pour une substitution correcte de (5 ; 2) et la pente de leur normale dans l'équation d'une droite.

$2x + y - 12 = 0$ A1
[3 points]

- (c) tout point de la cellule est plus près de E que de tout autre abris à neige A1
[1 point]

Total [6 points]

8. (a) $10\log_{10}(6,4 \times 10^{-3} \times 10^{12})$ (M1)
 $= 98,1(\text{dB})$ (98,06179...) A1
[2 points]

- (b) $112 = 10\log_{10}(S \times 10^{12})$ (M1)
 $0,158(\text{W m}^{-2})(0,158489...(\text{W m}^{-2}))$ A1
[2 points]

Total [4 points]

9. (a) (i) $\mu_1 - \mu_2 = 0$ **A1**
 (ii) $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ **A1**

Note: Accepter des énoncés équivalents en mots.

[2 points]

- (b) 0,296 (0,295739...) **A2**

[2 points]

- (c) $0,296 > 0,1$ **R1**

l'hypothèse nulle n'est pas rejetée, il n'y a pas de différence entre la taille moyenne des élèves de sexe masculin et ceux de sexe féminin **A1**

Note: Attribuer **(R1)** pour une comparaison correcte entre leur valeur p et le niveau de signification du test, attribuer **(A1)** pour l'interprétation correcte à partir de cette comparaison.
 Ne pas attribuer **R0A1**.

[2 points]

Total [6 points]

10. (a) $A = \int_0^2 (6 - 3x)(4 + x) dx$ **A1A1**

Note: Attribuer **A1** pour les bornes $x = 0$, $x = 2$.
 Attribuer **A1** pour une intégrale de $f(x)$.

[2 points]

- (b) 28 **A1**

[1 point]

- (c) $28 = 0,5 \times a \times 10$ **M1**

$$5,6 \left(\frac{28}{5} \right)$$
A1

[2 points]

Total [5 points]

11. $\text{volume} = 240 \left(\pi \times 8,4^2 - \frac{1}{2} \times 8,4^2 \times \frac{50 \times \pi}{180} \right)$

M1M1M1

Note: Attribuer **M1** $240 \times \text{aire}$, attribuer **M1** pour substituer correctement dans la formule pour l'aire d'un secteur, attribuer **M1** pour la soustraction des angles ou de leurs aires.

$$= 45800 (= 45811,96071)$$

A1

Total [4 points]

12. (a) $\frac{4}{18} \left(\frac{2}{9} \right)$

A1

[1 point]

(b) $-3 \times \frac{1}{18} + (-1) \times \frac{4}{18} + 0 \times \frac{3}{18} + \dots + 5 \times \frac{7}{18}$

(M1)

Note: Attribuer **(M1)** pour leur substitution correcte dans la formule pour l'espérance mathématique.

$$= 1,83 \left(\frac{33}{18}; 1,83333\dots \right)$$

A1

[2 points]

(c) $2 \times \frac{1}{18} \times \frac{3}{18}$

(M1)(M1)

Note: Attribuer **(M1)** pour $\frac{1}{18} \times \frac{3}{18}$, attribuer **(M1)** pour la multiplication de leur produit par 2.

$$= \frac{1}{54} \left(\frac{6}{324}; 0,0185185\dots; 1,85\% \right)$$

A1

[3 points]

Total [6 points]

13. (a) $\frac{6}{15} \left(0,4 ; \frac{2}{5} \right)$

A1

[1 point]

(b) $P(X = 8)$

(M1)

Note: Attribuer **(M1)** pour une preuve d'avoir reconnu une probabilité binomiale.

Par exemple, $P(X = 8) ; X \sim B \left(20 ; \frac{6}{15} \right)$.

$= 0,180 \text{ (0,179705...)}$

A1

[2 points]

(c) $P(\text{masculin}) = \frac{9}{15} (0,6)$

A1

$P(X \leq 9) = 0,128 \text{ (0,127521...)}$

(M1)A1

Note: Attribuer **(M1)** pour une approche correcte, par exemple, $P(X \leq 9)$.

[3 points]

Total [6 points]

14. (a) $\frac{\sin \hat{CAB}}{6} = \frac{\sin 15^\circ}{4,5}$ (M1)(A1)

$\hat{CAB} = 20,2^\circ$ (20,187415...) A1

Note: Attribuer (M1) pour avoir substitué dans la loi de sinus et attribuer (A1) pour des substitutions correctes.

[3 points]

(b) $\hat{CBD} = 20,2 + 15 = 35,2^\circ$ A1
(soit X le point sur BD où Ollie active le capteur)

$\tan 35,18741...^\circ = \frac{1,8}{BX}$ (M1)

Note: Attribuer A1 pour leur angle $\hat{CBD}$ correct. Attribuer M1 pour une substitution correcte dans la formule trigonométrique.

$BX = 2,55285...$ A1

$5 - 2,55285...$ (M1)

$= 2,45 \text{ (m)} (2,44714...)$ A1

[5 points]

Total [8 points]

Mathématiques : applications et interprétation
Niveau moyen
Épreuve 2

Spécimen d'épreuve

1 heure 30 minutes

Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.

Page vierge

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 17]

Dans cette question, donnez toutes les réponses à une précision de deux décimales.

Bryan décide d'acheter une nouvelle voiture dont le prix est de 14 000 €, mais il ne peut pas se permettre le montant total. Le concessionnaire automobile offre deux options pour financer un prêt.

Option de financement A :

Un prêt de 6 ans à un taux d'intérêt nominal annuel de 14 %, **composé trimestriellement**. Aucun dépôt requis et les remboursements sont effectués chaque trimestre.

- (a) (i) Trouvez le remboursement effectué chaque trimestre.
- (ii) Trouvez le montant total payé pour la voiture.
- (iii) Trouvez les intérêts payés sur le prêt.

[7]

Option de financement B :

Un prêt de 6 ans à un taux d'intérêt nominal annuel de r %, **composé mensuellement**. Les termes du prêt exigent un dépôt de 10 % et des remboursements mensuels de 250 €.

- (b) (i) Trouvez le montant à emprunter pour cette option.
 - (ii) Trouvez le taux d'intérêt annuel, r .
- (c) Indiquez quelle option Bryan devrait choisir. Justifiez votre réponse.

[5]

[2]

La voiture de Bryan se déprécie à un taux annuel de 25 % par année.

- (d) Trouvez la valeur de la voiture de Bryan six ans après qu'elle ait été achetée.

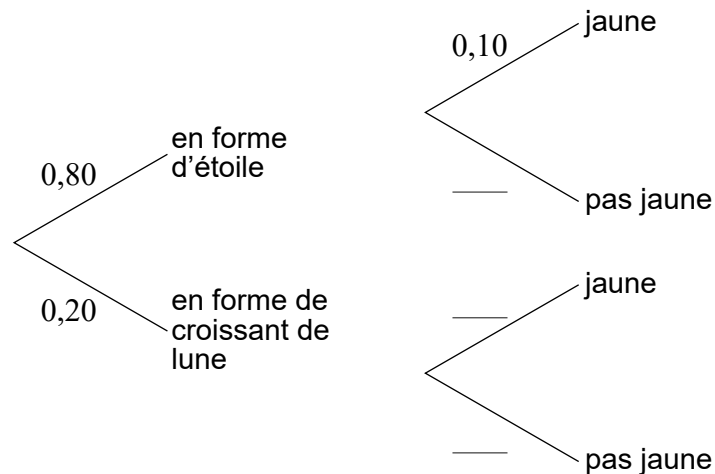
[3]

2. [Note maximale : 14]

La compagnie *Slugworth Candy* vend des paquets de bonbons ayant des couleurs et des formes différentes.

Les bonbons sont produits de telle sorte que 80 % sont en forme d'étoile et 20 % sont en forme de croissant de lune. On sait que 10 % des étoiles et 30 % des croissants de lune sont de couleur jaune.

- (a) En utilisant l'information donnée, **copiez** et complétez le diagramme en arbre suivant. [2]



- (b) Un bonbon est choisi au hasard.

- (i) Trouvez la probabilité que le bonbon soit jaune.
 (ii) Étant donné que le bonbon est jaune, trouvez la probabilité qu'il soit en forme d'étoile.

[4]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 2)

Selon les spécifications du fabricant, les couleurs dans chaque paquet devraient être distribuées de la façon suivante.

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Pourcentage (%)	15	25	20	20	10	10

M. Slugworth ouvre un paquet de 80 bonbons et enregistre la fréquence de chaque couleur.

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Effectifs observés	10	20	16	18	12	4

Afin de déterminer si l'échantillon est conforme aux spécifications du fabricant, M. Slugworth effectue un test d'ajustement du χ^2 . Le test est effectué à un niveau de signification de 5 %.

(c) Écrivez l'hypothèse nulle pour ce test. [1]

(d) **Copiez** et complétez le tableau suivant dans votre livret de réponses. [2]

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Effectifs théoriques						

(e) Écrivez le nombre de degrés de liberté. [1]

(f) Trouvez la valeur p pour le test. [2]

(g) Indiquez la conclusion du test. Donnez une raison pour votre réponse. [2]

3. [Note maximale : 17]

Le centre aquatique Malvern a été l'hôte d'une épreuve de plongeon au tremplin de 3 mètres. Les juges, Stan et Minsun, ont attribué une note sur 10 aux 8 concurrents. Les données brutes ont été rassemblées dans le tableau suivant.

Concurrents	A	B	C	D	E	F	G	H
Note attribuée par Stan (x)	4,1	3	4,3	6	7,1	6	7,5	6
Note attribuée par Minsun (y)	4,7	4,6	4,8	7,2	7,8	9	9,5	7,2

- (a) (i) Écrivez la valeur du coefficient de corrélation de Pearson, r .
 (ii) En utilisant la valeur de r , interprétez la relation entre la note attribuée par Stan et la note attribuée par Minsun. [4]
- (b) Écrivez l'équation de la droite de régression pour y en fonction de x . [2]
- (c) (i) Utilisez votre équation de régression de la partie (b) pour estimer la note attribuée par Minsun lorsque Stan attribue une note parfaite de 10.
 (ii) Indiquez si cette estimation est fiable. Justifiez votre réponse. [4]

Le commissaire de l'événement voudrait trouver le coefficient de corrélation de Spearman.

- (d) **Copiez** et complétez les informations dans le tableau suivant. [2]

Concurrents	A	B	C	D	E	F	G	H
Rang attribué par Stan		8					1	4
Rang attribué par Minsun		8					1	4,5

- (e) (i) Trouvez la valeur du coefficient de corrélation de Spearman, r_s .
 (ii) Commentez le résultat obtenu pour r_s . [4]

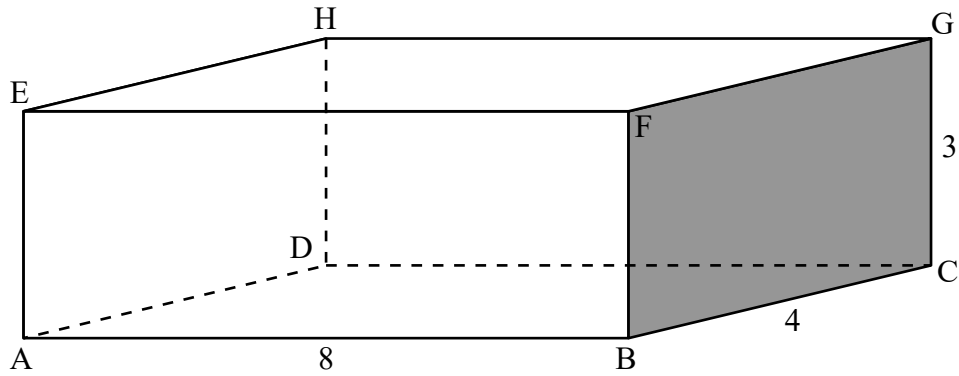
Le commissaire croit que la note attribuée par Minsun au concurrent G est trop élevée et il diminue la note de 9,5 à 9,1.

- (f) Expliquez pourquoi la valeur du coefficient de corrélation de Spearman r_s ne change pas. [1]

4. [Note maximale : 15]

La compagnie *Happy Straw* fabrique des pailles.

Les pailles sont emballées dans des petites boîtes rectangulaires fermées, chacune ayant une longueur de 8 cm, une largeur de 4 cm et une hauteur de 3 cm. L'information est montrée dans ce diagramme.



(a) Calculez l'aire totale de la boîte en cm^2 . [2]

(b) Calculez la longueur AG. [2]

Chaque semaine, la compagnie *Happy Straw* vend x boîtes de pailles. On sait que $\frac{dP}{dx} = -2x + 220$, $x \geq 0$, où P est le profit hebdomadaire, en dollars, issu de la vente de x milliers de boîtes.

(c) Trouvez le nombre de boîtes qui devraient être vendues chaque semaine pour maximiser le profit. [3]

Le profit issu de la vente de 20 000 boîtes est de 1700 \$.

(d) Trouvez $P(x)$. [5]

(e) Trouvez le nombre minimal de boîtes qui doivent être vendues chaque semaine afin de faire un profit. [3]

5. [Note maximale : 17]

La distance de freinage d'un véhicule est définie comme étant la distance parcourue à partir du point où les freins sont appliqués jusqu'au point où le véhicule s'arrête complètement.

La vitesse, $s \text{ m s}^{-1}$, et la distance de freinage, $d \text{ m}$, d'un camion ont été enregistrées. Cette information est résumée dans le tableau suivant.

Vitesse, $s \text{ m s}^{-1}$	0	6	10
Distance de freinage, $d \text{ m}$	0	12	60

Ces informations ont été utilisées pour créer le Modèle A, où d est une fonction de s , $s \geq 0$.

$$\text{Modèle A : } d(s) = ps^2 + qs, \text{ où } p, q \in \mathbb{Z}$$

Pour une vitesse de 6 m s^{-1} , le Modèle A peut être représenté par l'équation $6p + q = 2$.

- (a) (i) Écrivez une deuxième équation pour représenter le Modèle A, lorsque la vitesse est de 10 m s^{-1} .
- (ii) Trouvez les valeurs de p et q [4]
- (b) Trouvez les coordonnées du sommet de la représentation graphique de $y = d(s)$. [2]
- (c) En utilisant les valeurs du tableau et votre réponse de la partie (b), esquissez la représentation graphique de $y = d(s)$ pour $0 \leq s \leq 10$ et $-10 \leq d \leq 60$, en identifiant clairement le sommet. [3]
- (d) À partir de là, identifiez pourquoi le Modèle A n'est peut-être pas approprié pour des basses vitesses. [1]

Des données additionnelles ont été utilisées pour créer le Modèle B, **un modèle révisé** pour la distance de freinage d'un camion.

$$\text{Modèle B : } d(s) = 0,95s^2 - 3,92s$$

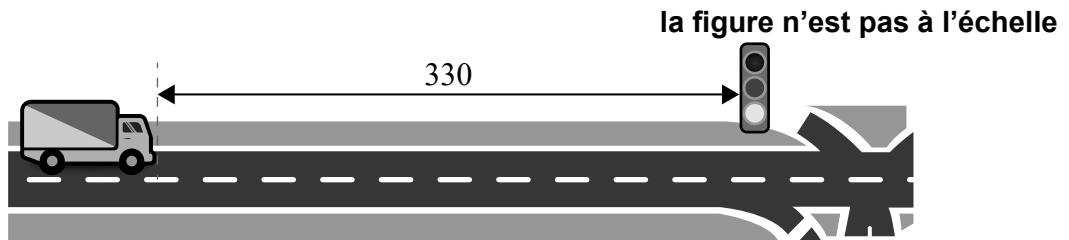
- (e) Utilisez le Modèle B pour calculer une estimation de la distance de freinage pour une vitesse de 20 m s^{-1} . [2]
- La distance réelle de freinage à 20 m s^{-1} est de 320 m .
- (f) Calculez le pourcentage d'erreur dans l'estimation de la partie (e). [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 5)

On sait que lorsqu'un conducteur réalise qu'il doit arrêter son véhicule, 1,6 seconde s'écoulent, en moyenne, avant que les freins soient appliqués. Au cours de ce temps de réaction, le véhicule continuera à rouler à sa vitesse d'origine.

Un camion s'approche d'une intersection à une vitesse de $s \text{ m s}^{-1}$. Le conducteur réalise que les feux de circulation sont rouges et qu'il doit arrêter le véhicule à l'intérieur d'une distance de 330 m.



- (g) En utilisant le Modèle B et en tenant compte du temps de réaction, calculez la vitesse maximale possible du camion pour que ce dernier soit en mesure de s'arrêter avant l'intersection.

[3]

Barème de notation

Spécimen d'épreuve

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau moyen

Épreuve 2

Instructions pour les examinateurs

Abréviations

- M** Points attribués pour avoir tenté d'utiliser une **méthode** correcte.
- A** Points attribués pour une **réponse** ou pour la **précision** ; souvent ils dépendent des points **M** qui précèdent.
- R** Points attribués pour un **raisonnement** clair.
- AG** La réponse est donnée dans la question et, par conséquent, aucun point n'est attribué.

Utilisation du barème

1 Généralités

Attribuez des points à l'aide des annotations tel qu'indiqué dans le barème de notation, par exemple **M1**, **A2**.

2 Points pour la méthode et la réponse/précision

- **N'attribuez pas** automatiquement la totalité des points pour une réponse correcte ; tout le travail **doit** être vérifié, et les points attribués selon le barème de notation.
- En règle générale, il n'est pas possible d'attribuer **M0** suivi de **A1**, étant donné que les points **A** dépendent des éventuels points **M** qui précèdent.
- Lorsque des points **M** et des points **A** sont marqués sur la même ligne, par exemple **M1A1**, cela signifie habituellement **M1** pour **tenter** d'utiliser une méthode appropriée (par exemple, substitution dans une formule) et **A1** pour l'utilisation des valeurs **correctes**.
- Si deux points **A** ou plus sont marqués sur la même ligne, ils peuvent être attribués de façon indépendante ; par exemple, si la première valeur est incorrecte, mais que les deux suivantes sont correctes, attribuez **A0A1A1**.
- Lorsque le barème de notation précise **M2**, **A3**, etc., **ne fractionnez pas** ces points (sauf indication contraire dans une remarque).
- Lorsque la réponse correcte à une question ou à une partie de question est vue, ignorez le travail qui suit. Cependant, si le raisonnement qui suit indique un manque de compréhension mathématique, n'attribuez pas le dernier **A1**. Les réponses numériques peuvent néanmoins être une exception, dans le cas où une valeur exacte correcte est suivie d'une valeur décimale incorrecte. Par contre, si la valeur décimale incorrecte est utilisée dans une partie ultérieure et que le raisonnement montré est correct, attribuez des points de suivi **FT**, mais n'attribuez pas le dernier **A1** dans cette partie.

Exemples

	Réponse correcte vue	Raisonnement additionnel vu	Action
1.	$8\sqrt{2}$	5,65685... (valeur décimale incorrecte)	Attribuer le dernier A1 (ignorer le raisonnement additionnel)
2.	$\frac{1}{4} \sin 4x$	$\sin x$	Ne pas attribuer le dernier A1
3.	$\log a - \log b$	$\log(a - b)$	Ne pas attribuer le dernier A1

3 Points implicites

Les points implicites apparaissent entre **parenthèses**, par exemple (**M1**), et peuvent seulement être attribués si un raisonnement **correct** est vu ou si ce dernier est implicite dans le raisonnement subséquent.

- Normalement, le raisonnement correct est vu ou implicite dans la prochaine ligne de la démarche.
- Des points **sans** parenthèses ne peuvent être attribués que pour un raisonnement qui est **vu**.

4 Points de suivi (attribués uniquement suite à une erreur du candidat)

Les points de suivi (**FT**) sont accordés lorsqu'une réponse incorrecte d'une **partie** d'une question est correctement utilisée dans les parties **suivantes** ou sous-partie(s). En règle générale, pour accorder des points **FT**, il faut que les étapes du travail soient présentées et pas seulement la réponse finale, calculée à partir d'une réponse incorrecte d'une partie précédente. Cependant, si une sous-partie se voit attribuer des points uniquement pour la réponse (c'est-à-dire qu'aucun raisonnement n'est indiqué), alors des points **FT** doivent être attribués le cas échéant.

- À l'intérieur d'une partie de question, une fois qu'une **erreur** est commise, aucun autre point **A** ne peut être attribué au travail faisant intervenir l'erreur, mais des points **M** peuvent être attribués le cas échéant.
- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur, accordez alors moins de points **FT** à votre discrétion.
- Si l'erreur conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, utilisation de $r > 1$ pour la somme d'une série géométrique infinie, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Le mot « leur » peut apparaître dans une description du barème de notation afin d'indiquer la possibilité que les candidats utilisent une valeur incorrecte.
- Les exceptions à cette règle seront notées explicitement dans le barème de notation.
- Si un candidat commet une erreur dans une partie, mais obtient une ou des réponses correctes dans la ou les parties suivantes, attribuez les points appropriés, sauf indication contraire dans la question. Une approche différente ne dépendant pas des réponses aux parties précédentes peut souvent être utilisée dans les parties suivantes.

5 Erreurs de lecture

Si un candidat copie incorrectement les informations à propos d'une question, ceci est une erreur de lecture (**MR**). Appliquez une pénalité **MR** de 1 point pour cette question.

- Si la question devient une question beaucoup plus simple à cause d'une erreur de lecture **MR**, accordez alors moins de points à votre discrétion.
- Si l'erreur de lecture **MR** conduit à une valeur inappropriée (par exemple, probabilité supérieure à 1, $\sin \theta = 1,5$, valeur non entière lorsqu'un nombre entier est requis), n'attribuez pas le(s) point(s) pour la(les) réponse(s) finale(s).
- Si un candidat copie incorrectement son propre travail, cela ne constitue **pas** une erreur de lecture, il s'agit d'une erreur.
- La pénalité **MR** ne peut être appliquée que lorsque le raisonnement est vu. Pour les questions avec la calculatrice, sans raisonnement et avec des réponses incorrectes, les examinateurs ne doivent **pas** présumer que les valeurs ont été mal lues.

6 Méthodes alternatives

Les candidats utiliseront quelquefois des méthodes autres que celles du barème de notation. À moins que la question impose une méthode, les autres méthodes correctes doivent être notées en cohérence avec le barème de notation.

- Des méthodes alternatives pour une question complète sont indiquées par **MÉTHODE 1**, **MÉTHODE 2**, etc.
- Des solutions alternatives pour une partie de question sont indiquées par **SOIT . . . OU**.

7 Formes alternatives

*Sauf si la question impose une forme particulière, **acceptez** les formes équivalentes.*

- Puisqu'il s'agit d'un examen international, acceptez toutes les formes alternatives de **notations**.
- Dans le barème de notation, les formes **numériques** et **algébriques** équivalentes seront généralement écrites entre parenthèses immédiatement après la réponse.
- Dans le barème de notation, les réponses **simplifiées** (que souvent les candidats n'écrivent pas dans les examens), apparaîtront généralement entre parenthèses. Les points doivent être attribués, soit pour la réponse précédant les parenthèses, soit pour la réponse entre parenthèses (si elle est visible).

8 Précision des réponses

Si le niveau de précision est spécifié dans la question, un point sera attribué si la réponse est fournie avec le niveau de précision requis. Il y a deux types d'erreurs de précision et le point pour la réponse finale ne doit pas être attribué si ces erreurs surviennent.

- **Erreurs d'arrondi** : concerne uniquement les réponses finales, pas les étapes intermédiaires.
- **Niveau de précision** : lorsque cela n'est pas spécifié dans la question, la règle générale s'applique aux réponses finales : *sauf en cas d'indication contraire contenue dans la question, les candidats doivent fournir des réponses numériques exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.*

9 Calculatrices

L'utilisation d'une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve, mais les calculatrices équipées fonctions de manipulation symbolique / fonctionnalité de l'applet CAS ne sont pas autorisées.

Notations propres aux calculatrices

Le guide des mathématiques précise que :

Les élèves doivent toujours utiliser des notations mathématiques correctes, et non les notations qui peuvent apparaître sur leur calculatrice.

N'acceptez **pas** les réponses finales écrites à l'aide de notations propres aux calculatrices. Cependant, ne pénalisez pas l'utilisation de notations propres aux calculatrices dans le raisonnement.

1. (a) (i) $N = 24$

$$I\% = 14$$

$$VA = -14000$$

$$FV = 0$$

$$P/Y = 4$$

$$C/Y = 4$$

(M1)(A1)

Note: Attribuer **M1** pour avoir tenté d'utiliser une application financière dans leur calculatrice, attribuer **A1** pour toutes les valeurs correctes. Accepter $VA = 14000$.

$$871,82 \text{ (€)}$$

A1

(ii) $4 \times 6 \times 871,82$

(M1)

$$20923,68 \text{ (€)}$$

A1

(iii) $20923,68 - 14000$

(M1)

$$6923,68 \text{ (€)}$$

A1

[7 points]

(b) (i) $0,9 \times 14000 (= 14000 - 0,10 \times 14000)$

M1

$$12600,00 \text{ (€)}$$

A1

(ii) $N = 72$

$$VA = 12600$$

$$PMT = -250$$

$$FV = 0$$

$$P/Y = 12$$

$$C/Y = 12$$

(M1)(A1)

Note: Attribuer **M1** pour avoir tenté d'utiliser une application financière dans leur calculatrice, attribuer **A1** pour toutes les valeurs correctes. Accepter $VA = -12600$ en autant que $PMT = 250$.

$$12,56 \text{ (%)}$$

A1

[5 points]

suite...

Suite de la question 1

(c) **SOIT**

que Bryan choisisse l'option A

A1

aucun dépôt est requis

R1

Note: Attribuer **R1** pour avoir indiqué qu'aucun dépôt est requis. Attribuer **A1** pour avoir effectué le bon choix à partir de ce fait. Ne pas attribuer **R0A1**.

OU

que Bryan choisisse l'option B

A1

coût de l'option A (6923,69) > coût de l'option B ($72 \times 250 - 12\,600 = 5400$)

R1

Note: Attribuer **R1** pour une comparaison correcte des coûts. Attribuer **A1** pour avoir effectué le bon choix suite à cette comparaison. Ne pas attribuer **R0A1**.

[2 points]

(d) $14\,000 \left(1 - \frac{25}{100}\right)^6$

(M1)(A1)

Note: Attribuer **M1** pour avoir substitué dans la formule des intérêts composés. Attribuer **A1** pour des substitutions correctes.

$= 2491,70 \text{ (USD)}$

A1

OU

$N = 6$

$I\% = -25$

$VA = \pm 14\,000$

$P/Y = 1$

$C/Y = 1$

(A1)(M1)

Note: Attribuer **A1** pour $VA = \pm 14\,000$, **M1** pour les autres valeurs saisies correctement.

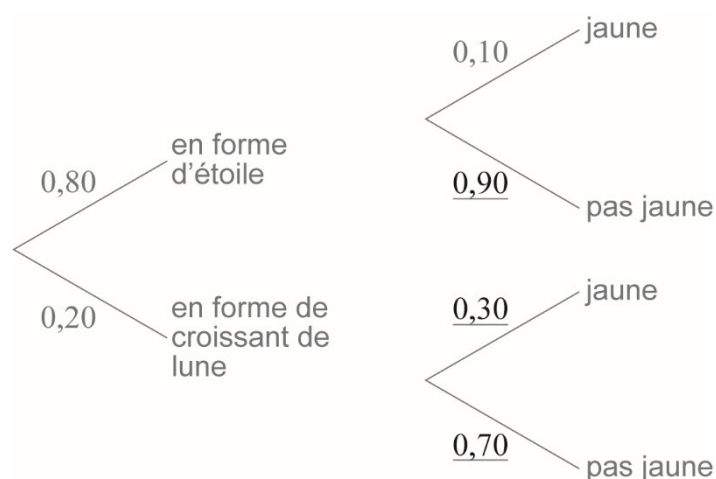
$2491,70 \text{ (USD)}$

A1

[3 points]

Total [17 points]

2. (a)



A1A1

Note: Attribuer **A1** pour chaque paire de branches correcte.
Accepter des réponses en décimales ou en pourcentage
comme des formes équivalentes sur les branches.

[2 points]

(b) (i) $P(Y) = 0,8 \times 0,1 + 0,2 \times 0,3$
 $= 0,14$

M1

A1

(ii) $P(\text{Étoile} | Y) = \frac{0,8 \times 0,1}{0,14}$
 $= 0,571 \left(\frac{4}{7} ; 0,571428... \right)$

M1

A1

[4 points]

(c) les couleurs des bonbons sont distribuées selon
les spécifications du fabricant

A1

[1 point]

(d)

Couleur	Brun	Rouge	Vert	Orange	Jaune	Violet
Effectifs théoriques	12	20	16	16	8	8

A2

Note: Attribuer **A2** pour les 6 effectifs théoriques corrects,
A1 pour 4 ou 5 valeurs correctes, **A0** autrement.

[2 points]

(e) 5

A1

[1 point]

(f) 0,469 (0,4688117...)

A2

[2 points]

suite...

Suite de la question 2

(g) puisque $0,469 > 0,05$

R1

ne pas rejeter l'hypothèse nulle. Il n'y a pas de preuve
suffisante pour rejeter les spécifications du fabricant

A1

Note: Attribuer **R1** pour une comparaison correcte entre leur valeur p et le niveau du test, attribuer **A1** pour le résultat correct à partir de cette comparaison. Ne pas attribuer **R0A1**.

[2 points]

Total [14 points]

3. (a) (i) 0,909 (0,909181...) **A2**
 (ii) (très) forte et positive **A1A1**

Note: Attribuer **A1** pour (très) forte, **A1** pour positive.

[4 points]

- (b) $y = 1,14x + 0,578$ ($y = 1,14033...x + 0,578183...$) **A1A1**

Note: Attribuer **A1** pour $1,14x$, **A1** pour $0,578$. Attribuer un maximum de **A1A0** si la réponse n'est pas une équation de la forme $y = mx + c$.

[2 points]

- (c) (i) $1,14 \times 10 + 0,578$ **M1**
 12,0 (11,9814...) **A1**
 (ii) non, l'estimation n'est pas fiable **A1**

SOIT

à l'extérieur de la plage de données connues **R1**

OU

une note supérieure à 10 n'est pas possible **R1**

Note: Ne pas attribuer **A1R0**.

[4 points]

(d)

Concurrents	A	B	C	D	E	F	G	H
Rang attribué par Stan	7	8	6	4	2	4	1	4
Rang attribué par Minsun	7	8	6	4,5	3	2	1	4,5

A1A1

Note: Attribuer **A1** pour les rangs attribués par Stan corrects.
 Attribuer **A1** pour les rangs attribués par Minsun corrects.

[2 points]

- (e) (i) 0,933 (0,932673...) **A2**
 (ii) Stan et Minsun sont tout à fait d'accord sur le classement des concurrents. **A1A1**

Note: Attribuer **A1** pour « tout à fait d'accord », **A1** pour une référence au rang ou au classement.

[4 points]

- (f) diminuer la note à 9,1 ne change pas le rang du concurrent G **A1**
[1 point]

Total [17 points]

4. (a) $2(8 \times 4 + 3 \times 4 + 3 \times 8)$ **M1**
 $= 136 \text{ (cm}^2\text{)}$ **A1**
[2 points]

(b) $\sqrt{8^2 + 4^2 + 3^2}$ **M1**
 $(AG =) 9,43 \text{ (cm)} (9,4339\dots, \sqrt{89})$ **A1**
[2 points]

(c) $-2x + 220 = 0$ **M1**
 $x = 110$ **A1**
 $110\,000 \text{ (boîtes)}$ **A1**
[3 points]

(d) $P(x) = \int -2x + 220 \, dx$ **M1**

Note: Attribuer **M1** pour une preuve d'intégration.

$P(x) = -x^2 + 220x + c$ **A1A1**

Note: Attribuer **A1** soit pour $-x^2$ ou pour $220x$, attribuer **A1** pour les deux termes corrects et la constante d'intégration.

$1700 = -(20)^2 + 220(20) + c$ **M1**

$c = -2300$

$P(x) = -x^2 + 220x - 2300$ **A1**
[5 points]

(e) $-x^2 + 220x - 2300 = 0$ **M1**
 $x = 11,005$ **A1**
 $11\,006 \text{ (boîtes)}$ **A1**

Note: Attribuer **M1** pour leur $P(x) = 0$, attribuer **A1** pour leur solution pour x .
 Attribuer le dernier **A1** pour exprimer leur solution comme le nombre minimal de boîtes. Ne pas accepter 11 005, l'entier le plus proche, ni 11 000, la réponse exprimée avec 3 chiffres significatifs, puisque ces réponses ne satisfont pas à ce que la question demande.

[3 points]

Total [15 points]

5. (a) (i) $p(10)^2 + q(10) = 60$

M1

$10p + q = 6$ ($100p + 10q = 60$)

A1

(ii) $p = 1, q = -4$

A1A1

Note: Si p et q sont tous deux incorrects, attribuer alors **M1A0** pour avoir tenté de résoudre des équations simultanées.

[4 points]

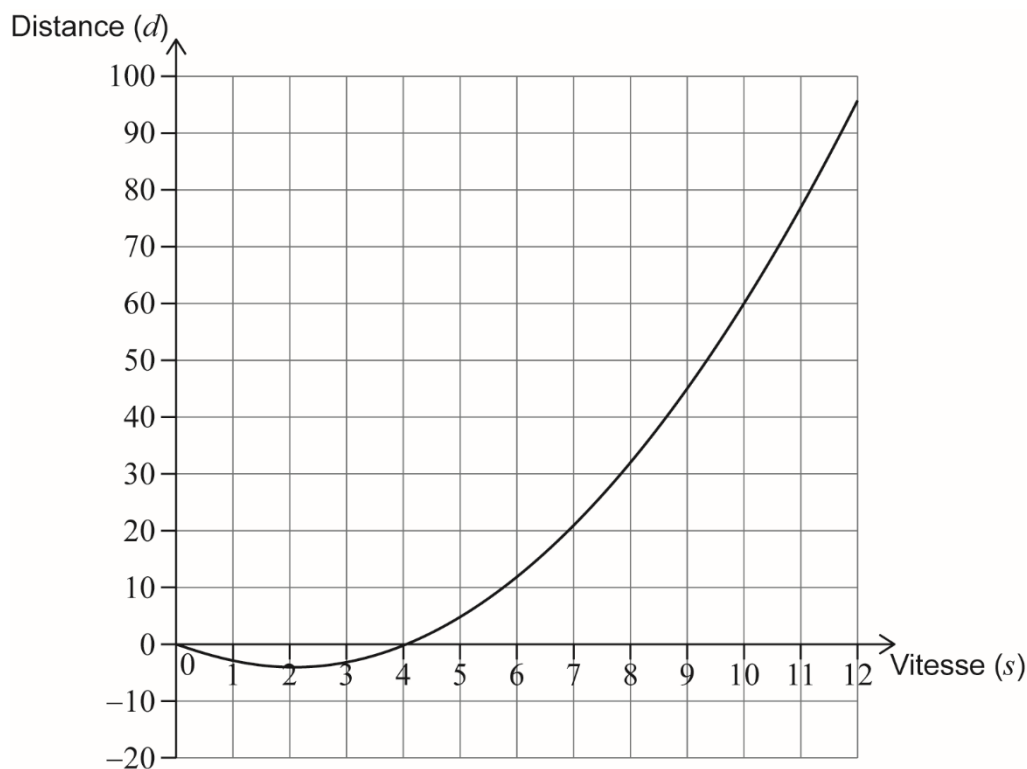
(b) $(2 ; -4)$

A1A1

Note: Attribuer **A1** pour chaque coordonnée correcte.
Attribuer **A0A1** si les parenthèses sont manquantes.

[2 points]

(c)



A3

Note: Attribuer **A1** pour une courbe quadratique lisse sur un système d'axes bien identifiés et à l'intérieur d'une fenêtre adéquate. Attribuer **A1** pour une courbe qui passe par $(0 ; 0)$ et par $(10 ; 60)$. Attribuer **A1** pour une courbe passant par leur sommet. Points de suivi à partir de la partie (b).

[3 points]

(d) la représentation graphique indique qu'il existe des distances de freinage négatives (pour des basses vitesses)

R1

Note: Attribuer **R1** pour avoir identifié qu'une caractéristique de leur représentation graphique correspond à des distances de freinage négatives (sommet, étendue de distances de freinage...).

[1 point]

suite...

Suite de la question 5

$$(e) \quad 0,95 \times 20^2 - 3,92 \times 20 \\ = 302(\text{m}) \quad (301,6\dots)$$

(M1)

A1

[2 points]

$$(f) \quad \left| \frac{301,6 - 320}{320} \right| \times 100 \\ = 5,75(\%)$$

M1

A1

[2 points]

$$(g) \quad 330 = 1,6 \times s + 0,95 \times s^2 - 3,92 \times s$$

M1A1

Note: Attribuer **M1** pour avoir tenté de trouver une expression faisant intervenir la distance de freinage (Modèle B) et la distance de réaction, et l'avoir égalée à 330.
Attribuer **A1** pour une équation complètement correcte.

$$19,9(\text{ms}^{-1}) \quad (19,8988\dots)$$

A1

[3 points]

Total [17 points]